

## 基于参数化方法的时滞电力系统控制器设计\*

钱伟<sup>1</sup> 蒋鹏冲<sup>1</sup> 高超<sup>2</sup> 李冰锋<sup>1</sup> 费树岷<sup>3</sup>(1. 河南理工大学电气工程与自动化学院 焦作 454000;  
2. 国网焦作供电公司 焦作 454000; 3. 东南大学自动化学院 南京 210096)

**摘要:** 为消除时滞对现代电力系统的负面影响,研究在时滞条件下,电力系统的动态输出反馈控制器的设计问题。利用自由参数矩阵对闭环系统进行适当变换,并结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函得到了时滞电力系统控制器的存在性判据;之后采用参数化的方法,将控制器参数与泛函参数的解归结为线性矩阵不等式(LMI)形式,克服了求解非凸优化问题所产生的保守性。通过仿真结果表明,动态输出反馈控制器具有一定的时滞不敏感性,提高了电力系统的稳定性。

**关键词:** 时滞电力系统;动态输出反馈;参数化方法;线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP301.6; TN914 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.4017

## Controller design of power system with time-delay based on parameterization

Qian Wei<sup>1</sup> Jiang Pengchong<sup>1</sup> Gao Chao<sup>2</sup> Li Bingfeng<sup>1</sup> Fei Shumin<sup>3</sup>(1. Department of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China;  
2. State Grid Jiaozuo Power Supply Company, Jiaozuo 454000, China;  
3. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In order to eliminate the harm to the modern power system, in this paper, the design of the dynamic output feedback controller of the power system with time delay is researched. time-delay. Firstly, a specified transformation of the closed-loop system with free matrices and correspondent construction of Lyapunov-Krasovskii functional are introduced, by which the stability criterion of power system with time-delay. Then, the parameterization of controller is used to establish the design condition in terms of LMI with respect to all parameters of controller and Lyapunov-Krasovskii function. The conservatism caused by nonconvexity in the existent results is relaxed by using the methods. Finally, the simulation results show that the dynamic output controller has a certain time-delay insensitive and improve the stability of power system.

**Keywords:** power system with time-delay; parameterization; power system; linear matrix inequality

## 0 引言

随着电网规模的不断发展和广域测量技术在电力系统中的广泛应用<sup>[1-2]</sup>,现代广域电力系统中信息传输的时滞可达几十甚至几百毫秒,将会对电力系统的稳定运行与控制产生严重的影响<sup>[3-4]</sup>。如何消除这种不良影响已成为国内外学者研究的热点。

目前,线性矩阵不等式(LMI)已成为时滞电力系统控制器设计的主要方法之一<sup>[5-8]</sup>,目前已有许多文献对这一问题进行了深入的研究。文献[9]在时滞电力系统稳定判据的基础上设计了无记忆状态反馈控制器,采用调整参数法将 NLMI 转化为 LMI,但由于采用自由权矩阵法计算量较

大,且参数的设定需要人为地进行调整,具有较强的保守性。文献[10]设计基于状态反馈的广域电力系统附加阻尼控制器,但由于解析中采用迭代法,计算量较大。文献[11]针对时滞电力系统提出了一种新型建模方法,运用双层控制策略设计出了时滞电力系统附加阻尼控制器,取得了良好的效果。但是,由于在工程实际中,状态变量往往不易获得或者获得状态的代价太高,从而不便于状态反馈控制器的设计<sup>[12-14]</sup>,而基于动态输出反馈设计的电力系统控制器却鲜有报道。

基于以上分析,本文研究时滞电力系统动态输出反馈控制器的设计问题。首先,通过引入了自由参数矩阵

收稿日期:2017-02

\* 基金项目:国家自然科学基金(61104119, 61573130)、河南省科技创新人才项目(164100510004)资助

对闭环系统进行适当的变换,并构造相应的 Lyapunov-Krasovskii 泛函得到了控制器的存在条件。然后,利用控制器参数化方法及给定的自由参数矩阵,得到了严格 LMI 形式的时滞相关动态输出反馈控制器存在性判据,并求出了控制器参数的具体形式。最后,通过仿真结果表明动态输出反馈控制器在时滞电力系统中的可行性与有效性。

## 1 时滞电力系统模型

在电力系统模型中采用四阶微分方程,并考虑发电机的励磁控制系统中存在一定的时滞,则得到含有时滞的电力系统方程可表示为:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega_B \omega \\ \dot{\omega} = \frac{P_m - P_G}{2H} \\ \dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} \{-E'_q - (x_d - x'_d)I_d + E_{fd}(t-h)\} \\ \dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_A} \{K_A(V_{ref} - V_t) - E_{fd}\} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $i_d = \frac{E'_q - V_0 \cos \delta}{x_e + x'_d}$ ,  $i_q = \frac{V_0 \sin \delta}{x_e + x_q}$ ,  $V_d = x_q i_q$ ,  $V_q = E'_q - x'_d i_d$ ,  $P_e = v_d i_d + v_q i_q$ ,  $V_t = \sqrt{V_d^2 + V_q^2}$ 。参数代表意义详见文献[9]。

将式(1)在平衡点线性化,可得如下状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_1\mathbf{x}(t-h) \\ \mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t), \quad t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (2)$$

为克服时滞对广域电力系统的影响,本文的目的是设计全维输出动态反馈控制器,即:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{K}_A \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_B \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_C \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_D \mathbf{y}(t) \end{cases} \quad (3)$$

使得对于任意时滞  $h$ , 满足闭环系统:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\xi}(t) + \bar{\mathbf{A}}_d\boldsymbol{\xi}(t-h) \quad (4)$$

是渐近稳定的。这里:

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}, \mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_d = [\mathbf{A}_d \quad 0],$$

$$\bar{\mathbf{A}}_d = \mathbf{J}_n \bar{\mathbf{A}}_d, \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{BK}_B\mathbf{C} & \mathbf{BK}_C \\ \mathbf{K}_B\mathbf{C} & \mathbf{K}_A \end{bmatrix}$$

根据  $\boldsymbol{\xi}(t) - \boldsymbol{\xi}(t-h) - \int_{t-h}^t \dot{\boldsymbol{\xi}}(\theta) d\theta = 0$ , 闭环系统(4)可变换为如下形式:

$$\boldsymbol{\xi}(t) = (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)\boldsymbol{\xi}(t) - (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d + \mathbf{M})\boldsymbol{\eta}(-r) - \mathbf{N} \int_{t-r}^t [(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)\boldsymbol{\xi}(\theta) - \bar{\mathbf{A}}_d\boldsymbol{\eta}(-r)] d\theta \quad (5)$$

$\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  满足如下约束的自由矩阵:

$$\mathbf{M} + \mathbf{N} + \bar{\mathbf{A}} = 0 \quad (6)$$

## 2 电力系统输出动态反馈控制器的设计

### 2.1 控制器的设计

首先构成如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(\boldsymbol{\xi}) = V_1(\boldsymbol{\xi}) + V_2(\boldsymbol{\xi}) + V_3(\boldsymbol{\xi}) + V_4(\boldsymbol{\xi}) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } V_1(\boldsymbol{\xi}) &= \boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}(t), V_2(\boldsymbol{\xi}) = \int_r^0 \boldsymbol{\eta}^T(\theta) (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \\ &r \bar{\mathbf{A}}_d^T \mathbf{S}_4 \bar{\mathbf{A}}_d) \boldsymbol{\eta}_t(\theta) d\theta, V_3(\boldsymbol{\xi}) = \int_r^0 \int_\theta^t \boldsymbol{\xi}^T(\sigma) (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{S}_3 \cdot \\ &(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \boldsymbol{\xi}(\sigma) d\sigma d\theta, V_4(\boldsymbol{\xi}) = \int_r^0 \int_\theta^t \boldsymbol{\eta}^T(-r) \bar{\mathbf{A}}_d^T \mathbf{S}_4 \cdot \\ &\bar{\mathbf{A}}_d \boldsymbol{\eta}_e(-r) \boldsymbol{\xi}(\sigma) d\sigma d\theta. \end{aligned}$$

将  $V_1$  沿着系统式(5)求导可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\boldsymbol{\xi}_t) &= 2\boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \{(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)\boldsymbol{\xi}(t) - (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d + \mathbf{M})\boldsymbol{\eta}_t(-r)\} + \\ &2\boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{N} \int_{-r}^t [(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)\boldsymbol{\xi}(\theta) - \bar{\mathbf{A}}_d\boldsymbol{\eta}_\theta(-r)] d\theta = \\ &\boldsymbol{\xi}^T(t) [(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{P} - \mathbf{P}(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)] \boldsymbol{\xi}(t) + \\ &\boldsymbol{\zeta}_1^T(t) + \boldsymbol{\zeta}_2^T(t) + \boldsymbol{\zeta}_3^T(t) + \boldsymbol{\zeta}_4^T(t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } \boldsymbol{\zeta}_1(t) &= -2\boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \boldsymbol{\eta}_t(-r) \leq \\ &\boldsymbol{\eta}_t^T(-r) \mathbf{S}_1 \boldsymbol{\eta}_t(-r) + \boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \mathbf{S}_1^{-1} (\bar{\mathbf{A}}_1 + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}^T(t); \\ \boldsymbol{\zeta}_2(t) &= -2\boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{M} \boldsymbol{\eta}_t(-r) \leq \boldsymbol{\eta}_t^T(-r) \mathbf{S}_2 \boldsymbol{\eta}_t(-r) + \\ &\boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}^T(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\zeta}_3(t) &= -2 \int_{-r}^t \boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{N} (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \boldsymbol{\xi}(\theta) d\theta \leq \\ &r \boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}(t) + \int_r^0 \boldsymbol{\xi}^T(t+\theta) (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{S}_3 (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \cdot \\ &\boldsymbol{\xi}^T(t+\theta) d\theta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\zeta}_4(t) &= -2 \int_{-r}^t \boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{N} \bar{\mathbf{A}}_d \boldsymbol{\eta}_\theta(-r) d\theta \leq \\ &r \boldsymbol{\xi}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{J}_n \mathbf{S}_4^{-1} \mathbf{J}_n^T \mathbf{N}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}(t) + \int_r^0 \boldsymbol{\eta}_t^T(\theta-r) \bar{\mathbf{A}}_d^T \mathbf{S}_4 \bar{\mathbf{A}}_d \boldsymbol{\eta}_t^T(\theta-r) d\theta. \end{aligned}$$

对泛函式(7)中其余各项求导为:

$$\dot{V}_2(\boldsymbol{\xi}) = -\boldsymbol{\eta}^T(-r) (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + r \bar{\mathbf{A}}_d^T \mathbf{S}_4 \bar{\mathbf{A}}_d) \boldsymbol{\eta}_t(-r) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(\boldsymbol{\xi}) &= r \boldsymbol{\xi}^T(t) (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{S}_3 (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \boldsymbol{\xi}(t) - \\ &\int_r^0 \boldsymbol{\xi}^T(t+\theta) (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{S}_3 (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \times \boldsymbol{\xi}(t+\theta) d\theta \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(\boldsymbol{\xi}) &= r \boldsymbol{\eta}_t^T(-r) \bar{\mathbf{A}}_d^T \mathbf{S}_4 \bar{\mathbf{A}}_d \boldsymbol{\eta}_t(-r) - \\ &\int_r^0 \boldsymbol{\eta}_t^T(\theta-r) \bar{\mathbf{A}}_d^T \mathbf{S}_4 \bar{\mathbf{A}}_d \boldsymbol{\eta}_t(\theta-r) d\theta \end{aligned} \quad (11)$$

由式(8)~(11)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\boldsymbol{\xi}) &\leq \boldsymbol{\xi}^T(t) [(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) + r(\bar{\mathbf{A}} + \\ &\bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{S}_3 (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) + r \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{S}_3^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{P} + r \mathbf{P} \mathbf{N} \mathbf{J}_n \mathbf{S}_4^{-1} \mathbf{J}_n^T \mathbf{N}^T \mathbf{P} + \\ &\mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d) \mathbf{S}_1^{-1} (\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}_d)^T \mathbf{P}] \boldsymbol{\xi}^T(t) < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

由此,根据泛函微分方程稳定性理论,闭环系统(5)是渐近稳定的。为方便控制器求解,在此对式(12)做如下变化。

设  $\mathbf{S}_2 = \text{diag}(\mathbf{S} \quad \mathbf{S}_{22})$ ,  $\mathbf{S}, \mathbf{S}_{22} \in \mathbf{R}^{n \times n}$  根据 schur 引理,则式(12)等价于:

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi(1,1) & P(\bar{A} + \bar{A}_d) & PJ_n A_d (\bar{A} + \bar{A}_d)^T S_3 & P(\bar{A} + \bar{A}_d) & P(\bar{A} + \bar{A}_d) J_n \\ * & -S_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}^{-1} S_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}^{-1} S_3 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{h}^{-1} S_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

其中  $\Xi(1,1) = (\bar{A} + \bar{A}_d)^T P + P(\bar{A} + \bar{A}_d)$ 。

令  $S_3 = P, Q = P^{-1}$  以及变换矩阵

$$T_1 = \text{diag}(Q \quad Q \quad I_n \quad Q \quad Q \quad I_n)$$

$$T_2 = \text{diag}(L \quad L \quad I_n \quad L \quad L \quad I_n)$$

经过变换可知,式(13)等价于不等式(14)。

$$\Pi = T_2^T T_1^T \Xi T_1 T_2 = \begin{bmatrix} \Pi(1,1) & L^T(\bar{A} + \bar{A}_d)QL & L^T J_n A_d & L^T Q(\bar{A} + \bar{A}_d)^T L & L^T(\bar{A} + \bar{A}_d)QL & L^T(\bar{A} + \bar{A}_d)J_n \\ * & -L^T Q S_1 Q L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -S & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{h}^{-1} L^T Q L & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}^{-1} L^T Q L & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{h}^{-1} S_4 \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

其中  $\Pi(1,1) = L^T [Q(\bar{A} + \bar{A}_d)^T + (\bar{A} + \bar{A}_d)Q]L$ 。

### 2.2 控制器的求解

为方便控制器参数的求解,设  $-N = \bar{A} + \bar{A}_d$ ,由式(6)

可得  $M = \bar{A}_d$ ,进而系统式(5)可表达为:

$$\dot{\xi}(t) = (\bar{A} + \bar{A}_d)\xi(t) - (\bar{A} + 2\bar{A}_d)\eta(-r) + (\bar{A} +$$

$$\bar{A}_d) \int_{-r}^t [(\bar{A} + \bar{A}_d)\xi(\theta) - \bar{A}_d \eta(-r)] d\theta$$

引入如下参数集:

$$\Phi = \left\{ \begin{array}{l} X \in \mathbf{R}^{n \times n}, Y \in \mathbf{R}^{n \times n}, R \in \mathbf{R}^{n \times n}, \\ U \in \mathbf{R}^{n \times n}, V \in \mathbf{R}^{n \times n}, W \in \mathbf{R}^{n \times n} \end{array} \right\}$$

其中  $X = X^T > 0, Y = Y^T > 0$ 。设  $Z = X - Y^{-1}$ ,动态反馈控制器及 L-K 泛函的参数化形式如式(15)、(16)。

$$\begin{bmatrix} K_D & K_C \\ K_B & K_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ B & -Y^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W & U \\ V & R - Y(A + A_d)X \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_h & -CXZ^{-1} \\ 0 & Z^{-1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} W & (-WCX + U)Z^{-1} \\ BW - Y^{-1}V & [-BWCX + BU + Y^{-1}VCX - Y^{-1}R + (A + A_d)X]Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$P^{-1}(\Phi) = Q(\Phi) = \begin{bmatrix} X & Z \\ Z & Z \end{bmatrix} \quad (16)$$

将参数化控制器式(15)代入闭环系统式(4)的系数矩阵,得到参数化闭环系数矩阵:

$$(\bar{A} + \bar{A}_d)(\Phi) = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中:  $E_{11} = A + A_d + BWC, E_{12} = (-BWCX + BU)Z^{-1}, E_{21} = BWC - Y^{-1}VC, E_{22} = [-BWCX + BU + Y^{-1}VCX - Y^{-1}R + (A + A_d)X]Z^{-1}$ 。

将系统参数式(17)代入不等式(14),逐项计算可得

$$L^T(\bar{A} + \bar{A}_d)(\Phi)Q(\Phi)L = \Gamma_1(\Phi), L^T J_n A_d = \Gamma_2(\Phi),$$

$$L^T(\bar{A} + \bar{A}_d)(\Phi)J_n = \Gamma_3(\Phi)$$

此时,整理以上结论,令式(14)中  $S_1 = L^T Q S_1 Q L$  即可得到定理 1。

**定理 1** 如果存在参数集  $\Phi$  及正定对称矩阵  $S_1 \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}, S, S_4 \in \mathbf{R}^{n \times n}$  满足式(18)、(19),则存动态反馈控制器式(15),使得闭环系统式(4)是渐近稳定的。

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1^T(\Phi) + \Gamma(\Phi) & \Gamma_1(\Phi) & \Gamma_2(\Phi) \\ * & -S_1 & 0 \\ * & * & -S \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1^T(\Phi) & \Gamma_1(\Phi) & \Gamma_3(\Phi) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\bar{h}^{-1}Q(\Phi) & 0 & 0 \\ * & -\bar{h}^{-1}Q(\Phi) & 0 \\ * & * & -\bar{h}^{-1}S_4 \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$Q(\Phi) = \begin{bmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} > 0 \quad (19)$$

$$\text{式中: } \Gamma_1(\Phi) = \begin{bmatrix} (A + A_d)X + BU & (A + A_d)X + BWC \\ R & Y(A + A_d) + VU \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2(\Phi) = \begin{bmatrix} A_d \\ YA \end{bmatrix}, \Gamma_3(\Phi) = \begin{bmatrix} (A + A_d) + BWC \\ Y(A + A_d) + VC \end{bmatrix}。$$

### 3 仿真分析

#### 3.1 典型2阶时滞系统算例

首先采用如下典型2阶时滞系统进行分析:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t-h) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)。$$

通过引入测量输出  $\mathbf{y}(t) = [0 \ 1] \mathbf{x}(t)$ , 利用本文结论, 解得允许的时滞上界  $\bar{h} = 0.8096 \text{ s}$ , 此时输出动态反馈控制器表示为:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 0.012 \\ 0.184 & -0.24 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} -1.01 \\ 0.234 \end{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) &= [0.1836 \quad -0.02] \hat{\mathbf{x}}(t) - 0.09 \mathbf{y}(t), t \geq 0。 \end{aligned}$$

从仿真图1和2可以看出, 时滞系统的状态变量  $x_1$  和  $x_2$  随着时间的增大而趋近于稳定, 并且稳定的时间基本相同, 说明该方法在典型2阶时滞测试系统中具有可行性。

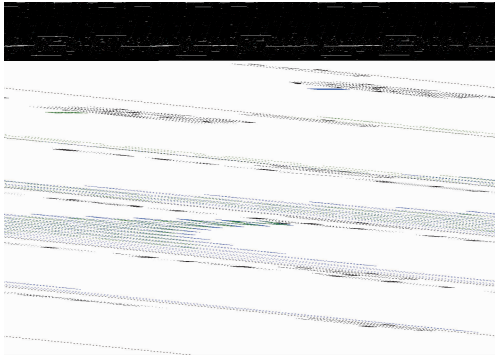


图1 状态变量  $x_1$  的响应

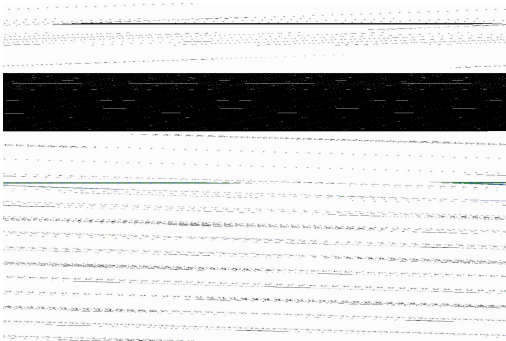


图2 状态变量  $x_2$  的响应

在反馈方式中, 文献[15]采用状态反馈, 需要测得系统状态变量的全部信息, 在实际应用中比较复杂。本文采用动态输出反馈, 输出变量的测量相对简单, 更具有实际意义。另外采用本文方法求得系统时滞上界为  $0.8096 \text{ s}$  与文献[15]中  $\bar{h} = 0.3346 \text{ s}$  相比, 本文方法的

保守性更低。

#### 3.2 单机无穷大系统算例

为了验证本文方法在电力系统上的有效性, 采用图3和图4所示的单机无穷大系统<sup>[6]</sup>进行算例分析。



图3 单机无穷大系统结构



图4 励磁控制系统

文献[11]给出了单机无穷大时滞电力系统的矩阵参数, 其中  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{A}_1$  分别为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 377 & 0 & 0 \\ -0.14558 & 0 & -0.16658 & 0 \\ -0.62797 & 0 & -0.89508 & 0 \\ -75.197 & 0 & -17968 & -20 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.23256 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}。$$

利用本文方法, 可得到系统的最大时滞上界  $h = 0.472 \text{ s}$  且动态输出控制器参数为:

$$\mathbf{KA} = \begin{bmatrix} -0.066 & 365.312 & -0.069 & -0.040 \\ -0.145 & 0.065 & -0.166 & -0.007 \\ -0.626 & 0.322 & -0.893 & -0.028 \\ 196.786 & -3.778 & 227.060 & 8.320 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{KB} = \begin{bmatrix} 0.031 \\ 0.007 \\ 0.261 \\ -10.855 \end{bmatrix}, \mathbf{KC}^T = \begin{bmatrix} 270.493 \\ -4.043 \\ 2.022 \\ 10.756 \end{bmatrix}, \mathbf{KD} = 6.515。$$

图5给出了单机无穷大电力系统的状态响应曲线。从仿真曲线中可以看出, 采用本文设计的控制器, 当单机无穷大系统受到  $0.472 \text{ s}$  的时滞时, 在较短的时间内, 发电机的功角变量和补偿状态均恢复稳定, 提高了电力系统的稳定性。

#### 3.3 WSCC 3机9节点算例

系统参数见附录一, 利用本文方法, 可得到系统的最大时滞上界  $h = 0.07 \text{ s}$ , 动态输出控制器参数见附录。

由图7和8可以看出, WSCC-3机9节点系统在承受

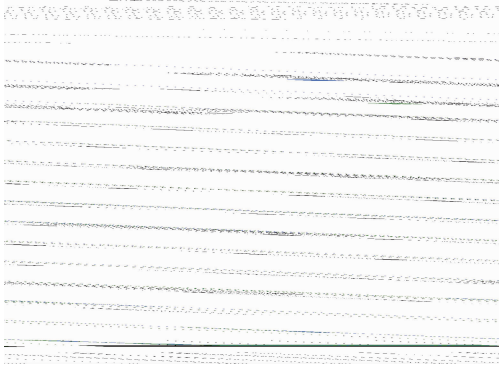


图 5 功角响应曲线

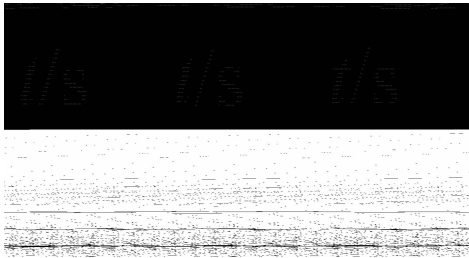


图 6 WSCC 3 机 9 节点系统

0.07 s 的时滞后,在很短的时间内,2 号发电与 3 号发电机的功角均能恢复稳定。文献[16]采用状态反馈,求得系统的最大时滞上界为 0.059 s,相比而言,本文采用动态输出反馈设计的时滞电力系统控制器更具有优势。

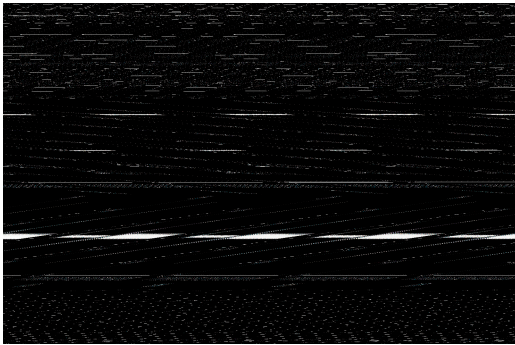


图 7 功角响应曲线



图 8 功角响应曲线

## 4 结 论

本文设计一种时滞电力系统的动态输出反馈控制器。首先,利用自由参数矩阵对闭环系统进行适当变换,并结合 Lyapunov-Krasovskii 泛函得到了时滞电力系统控制器的稳定性判据;然后,采用参数化的方法,将控制器参数与泛函参数的解归结为线性矩阵不等式形式,从而克服了求解非凸优化问题所导致的保守性。该控制器有效的提高了时滞电力系统的稳定性。

## 参考文献

- [1] 程云峰,张欣然,陆超. 广域测量技术在电力系统中的应用研究进展[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(4):145-153.
- [2] 易建波,黄琦,丁理杰. 结合 WAMS 的低频振荡模式信息在线检测算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(7): 1616-1624.
- [3] 张鸿博,蔡晓峰,鲁改凤. 基于双窗全相位 FFT 双谱线校正的电力谐波分析[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(12):2835-2841
- [4] LIN C, GANG C, GAO W, et al. Adaptive time delay compensator (ATDC) design for wide-area power system stabilizer [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2014, 25(6): 2957-2966
- [5] JIANG L, YAO W, WU Q H, et al. Delay-dependent stability for load frequency control with constant and time-varying delays [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27 (2): 932-941
- [6] 钱伟,蒋鹏冲,车凯. 基于 Wirtinger 不等式的时变时滞电力系统稳定性分析[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(23):79-85.
- [7] LIU Y Z, LI M G. Improved robust stabilization method for linear systems with interval time-varying input delays by using Wirtinger inequality[C]. ISA Transactions, 2015:111-122.
- [8] 杨晓冬,马光. 改进的梯度下降法在离散时滞系统中的应用[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(3): 98-104.
- [9] 安海云,贾宏杰,余晓丹. 基于 LMI 理论的时滞电力系统无记忆状态反馈控制器设计[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(19):6-10.
- [10] 罗珂,刘玉田,叶华. 计及时滞影响的广域附加阻尼控制[J]. 电工技术学报, 2010, 25(11):136-141.
- [11] 罗珂,吕红丽,霍春岭. 基于 LMI 的时滞电力系统双层广域阻尼控制[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(24):16-22.
- [12] 高大珩,尉伍,王艺炜. 基于 Prony 算法和改进

- Budeanu 理论的电力系统功率测量研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2016, 30(10):1582-1590.
- [13] 李洪波, 邓建球, 孙增圻, 等. 网络控制系统的时延相关状态反馈控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(10):1325-1330.
- [14] 黄柳强, 郭剑波, 孙华东, 等. 多 FACTS 广域抗时滞协调控制[J]. 电力自动化设备, 2014, 34(1): 37-42.
- [15] DE SOUZA C E, LI X. Delay-dependent robust H-infinity control of uncertain linear state-delayed systems[J]. Automatica, 1999, 35(7):1313-1321
- [16] 贾宏杰, 安云海, 余晓丹. 电力系统时滞依赖型鲁棒稳定判据及其应用[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(3):6-11.

智能控制等方面的研究。

E-mail: qwei@hpu.edu.cn

蒋鹏冲, 1991 年出生, 硕士研究生, 主要从事电力系统稳定性分析与控制方面研究。

E-mail: jiangpengchongaaa@163.com

高超, 1988 年出生, 硕士, 主要从事电力系统稳定与控制方面研究。

E-mail: 442534277@qq.com

李冰锋, 1978 年出生, 博士研究生, 主要从事智能控制方面的研究。

费树岷, 1961 年出生, 教授, 博导, 主要从事鲁棒控制、智能控制等方面的研究。

## 作者简介

钱伟, 1978 年出生, 教授, 主要研究领域为鲁棒控制、

## 附录一

### 3.3 WSCC3 机 9 节点算例

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_1\mathbf{x}(t-h) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

式中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 377 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.142 & 0 & -0.025 & -0.11 & 0 & 0.1 & 0 & 0.120 & 0.06 & 0 \\ -0.009 & 0 & -0.232 & 0.054 & 0.167 & 0.155 & 0 & 0.496 & 0.01 & 0 \\ -1.827 & 0 & 0.266 & -5.023 & 0 & 0.913 & 0 & 0.29 & 0.74 & 0 \\ 0 & 0 & -2307 & 962.3 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 377 & 0 & 0 & 0 \\ 0.216 & 0 & 0.206 & 0.121 & 0 & -0.347 & -0.008 & -0.071 & -0.291 & 0 \\ 0.144 & 0 & 0.378 & 0.017 & 0 & -0.006 & 0 & -0.109 & 0.025 & 0.125 \\ 2.372 & 0 & 0.430 & 1.828 & 0 & -5.548 & 0 & -0.242 & -14.26 & 0 \\ -274.9 & 0 & -879.6 & 9.67 & 0 & -139.9 & 0 & -2402.2 & 487.5 & -50 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -257.83 & 0 & 161.82 & -600.5 & 0 & -191.14 & 0 & -1016.6 & 88.58 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

利用本文方法, 可得到系统的最大时滞上界  $h=0.07$  s, 动态输出控制器为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{K}_A \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_B \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_C \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_D \mathbf{y}(t) \end{cases}$$

式中:

$$\mathbf{KB} = [-0.092 \quad -0.002 \quad -0.896 \quad 0.008 \quad -520.7 \quad 0.256 \quad 0.007 \quad 0.134 \quad -0.045 \quad -64.12]^T$$

$$\mathbf{KC} = [-1230.9 \quad 9886.68 \quad -2833.5 \quad -246.9 \quad 65.59 \quad -491.7 \quad 11932.2 \quad -13492 \quad 3964 \quad 483.3]$$

$$\mathbf{KD} = -740.3$$

$$\mathbf{KA} = \begin{bmatrix} 0 & 377.1 & -0.01 & 0 & 0 & 0 & -0.059 & -0.02 & 0.007 & 0.091 \\ -0.142 & 0.003 & -0.026 & -0.11 & 6.30 & 0.1 & -0.008 & 0.118 & 0.06 & 0.002 \\ 0.030 & -0.95 & -0.012 & 0.059 & 0.166 & 0.159 & 0.97 & 0.81 & -0.098 & 0.901 \\ -1.82 & 0.070 & 0.258 & -5.02 & 0 & 0.912 & -0.075 & 0.267 & 0.75 & -0.008 \\ -1490 & 10120 & -5006 & 113.5 & 15.77 & -683 & 11694 & -145 & 4079 & 262.3 \\ 0.012 & -0.287 & 0.034 & 0.002 & 0 & 0 & 377.3 & 0.093 & -0.03 & -0.254 \\ 0.216 & -0.016 & 0.208 & 0.122 & 0 & -0.346 & 0.009 & -0.065 & -0.29 & -0.006 \\ 0.144 & 0.004 & 0.378 & 0.017 & 0 & 0 & 0 & -0.11 & 0.025 & -0.009 \\ 2.375 & -0.095 & 0.441 & 1.828 & 0 & -5.546 & 0.108 & -0.21 & -14.27 & 0.047 \\ -273.6 & -33.9 & -857.7 & 9.855 & -0.028 & -139.7 & 35.21 & -2390 & 483.5 & 14.32 \end{bmatrix}$$