

时频分析简介及应用

俞一鸣

上海聚星仪器有限公司

1 时频分析简介

通常最直观的信号表示方式是时域波形，它表示了电压(温度、音频等)随时间变化的关系。另一个常用的信号表示方式是频谱，通过Fourier分析建立了信号从时域到频域变换的桥梁，频谱显示了信号幅度或者相位随频率的变化。

尽管频域分析能够获得信号的频率成份，但并不能揭示频率的变化。经典的Fourier分析是基于信号是周期的或者无限长的假设，而实际应用

中，更多期望了解信号的瞬态变化，例如跳频信号，因此在这种情况下传统的分析方法就会产生错误。尤其是在许多实际应用中，信号变化大多是非平稳的，这时采用传统的Fourier变换并不能反映信号频谱随时间变化的情况。

例如，在分析一个扫频信号时，图1中的扫频信号可以从高频向低频扫描，也可以是从低频向高频扫描。但是两者的频谱是完全一样的，因此并不能区分这两个扫频过程。

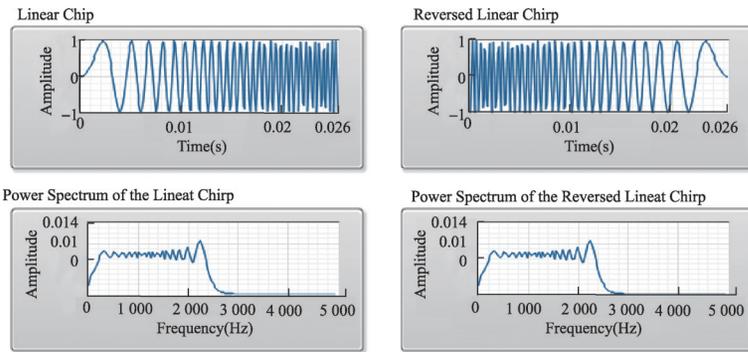


图1 正向与反向扫频信号的频谱

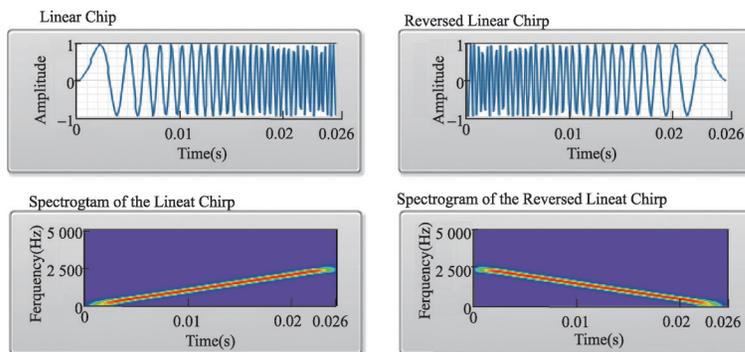


图2 正向与反向扫频信号的时频分析

时频分析是源于考虑信号的局部特性而引入的，能够同时观察一个信号在时域和频域上面信息的工具。当引入时频分析之后，不仅能观测到信号的频谱特征，也能够观测到频率随时间的变化，从而区分是哪一个方向上的扫频信号。如图2所示。

在信号处理过程中，时频分析运用不同的时频变换工具，在频域和时域上同时连续的分析一个信号。时频分析过程，是通过各种不同的时频变换方式将一维的时域信号投影到二维的时间-频率坐标平面，从而不仅仅能够观察到信号的某一维特征，而是同时评估信号在时间-频谱上的二维模式。信号分析的方法也不再局限于时域或者频域，而是将它们作为一个整体，作为一个复合变量进行考虑，这大大拓宽了信号分析方法，也提高了对信号描述的准确性。

2 时频分析的方法

不同的时频分析的方法，实际对应着相应的时频分布函数，典型的线性时频表示有：短时Fourier变换、小波变换、Hilbert变换等。

短时Fourier变换，指给定一个

时间宽度很短的窗函数 $w(t)$ ，令窗滑动，则信号 $x(t)$ 的短时Fourier变换定义为：

$$x(t,f) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-\tau) x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

可以看出，由于窗函数 $w(t)$ 的移位使短时Fourier变换具有选择区域的特性，它既是时间的函数，又是频率的函数，对于一定的时刻 t ， $X(t,f)$ 可视为该时刻的“局部频谱”。

滑动窗函数 $w(t)$ 的选择不同，使得短时Fourier变换有不同的时间和频率分辨率特性，常用的窗函数有矩形窗、三角窗、Hanning窗、Hamming窗等。其中采用Gaussian窗的短时Fourier变换也被称作Gabor变换。和其他的短时Fourier变换相比，Gabor变换能够同时在时域和频域拥有较好的清晰度。另一方面由于Gaussian函数时Fourier变换的本征函数，Gabor变换在时域和频域上的性质是相互对称的，因此在Gabor变换被更多的使用。

时频分析的另一个分支是采用Wigner分布函数，Wigner分布函数的时频分析定义为：

$$w_x(t,f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\frac{\tau}{2}) x(t+\frac{\tau}{2}) * e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

Wigner分布函数可以看作是以 t 时刻为中心，长度为 τ 的一段信号的自相关。

Wigner分布函数能够提供比Gabor变换更好的分辨率，从图3中可以看到，对于扫频信号，采用

Wigner分布函数的时频分析能够提供更清晰的反应信号频率随时间的变化趋势。

但是由于Wigner分布函数并不是一个线性分布，也就是说Wigner分布变换并不是一个线性变换。当

系统中有多输入时，输出会产生假信号（cross-term）。对于分析一个未知信号，由非线性导致真假信号的混淆，这是不能接受的。图4中显示了两个信号叠加产生的假信号。

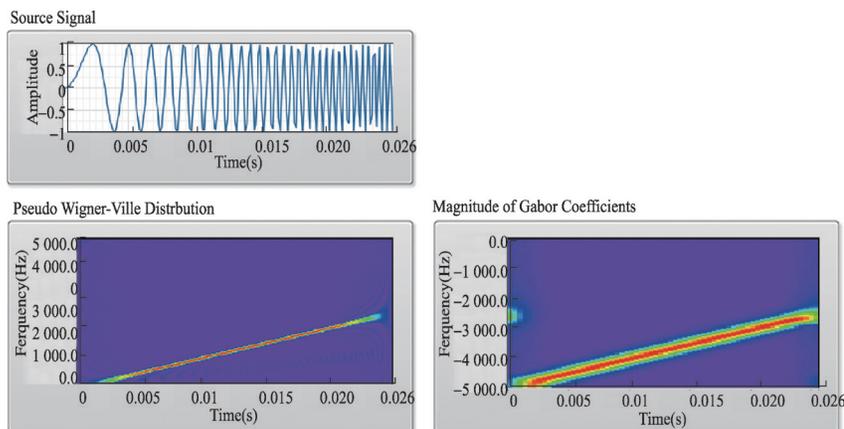


图3 Wigner分布与Gabor变换的分辨率比较

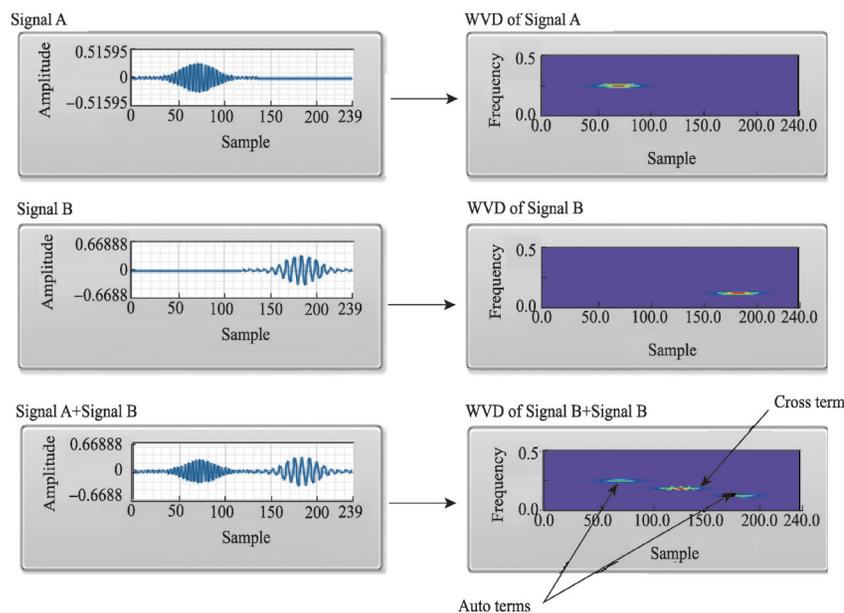


图4 Winger变换产生的cross-term

因此，选择一个理想的时频分布函数有助于提高时频分析效果，而它大致需要具有以下4种性质：

- 1) “高清晰度” 可让分析更容易。
- 2) “没有假信号” 可避免产生“假信号”。

- 3) “好的数学性质”有利于在更 析的速度变快。
多方面的应用。 在这里比较几个较常用的时频分
- 4) “较低的运算复杂度”使得分 析的优劣度，如表1所示。

表 1 几个常用的时频优劣度分析

	清晰度	假信号	好的数学性质	运算复杂度
Gabor变换	较差	无	较差	低
Wigner分布函数	最好	有	最好	高
Gabor - Wigner分布函数	好	几乎可以消除	好	高

为了平衡分辨率和假信号之间的矛盾，同时降低时频分析的复杂度，产生了各种有益的分析方法，包括修正Wigner分布函数，Gabor - Wigner分布函数。图5列举各种时频分析方法之间的关系。

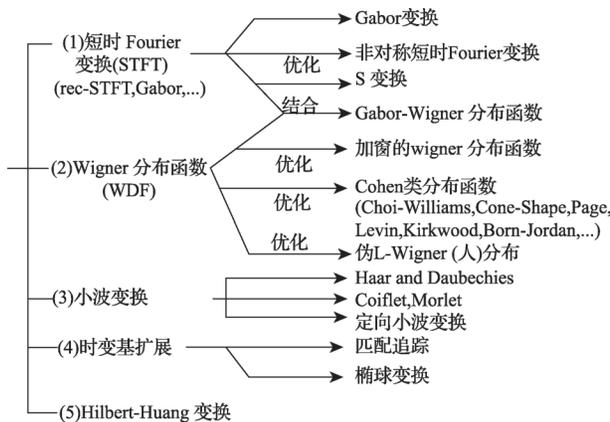


图5 各种时频分析方法的关系

3 时频分析的应用

聚星仪器在基于时频信号分析的应用中有着丰富的经验，提供了一整套基于时频分析的软件工具，并有着丰富的成功案例。聚星仪器的时频分析软件可以通过2-D伪彩色图的方式描述信号在时域频域的特征，也可以通过3-D的形式提供更直观的信号变化趋势。图6中，通过2-D时频坐标图显示了一个较强FSK信号的发射过程，而通过

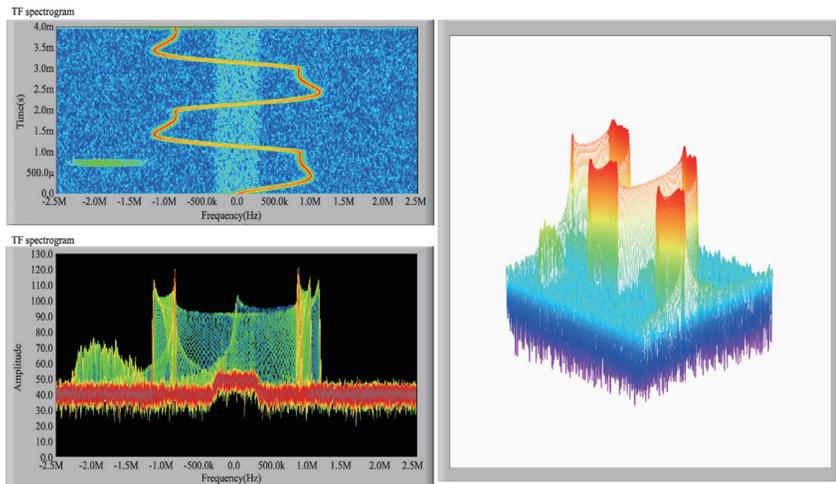


图6 聚星时频分析工具的展示

左下方的荧光频谱图还可以发现其中存在一个窄带的白噪声信号以及一个脉冲信号。右侧3-D频谱图则可以直观显示信号的调制与发射过程。通过对同一个时频分析结果的多角度展示，提供更丰富的信号细节和更直观的认识。

时频分析典型的应用就是捕捉信号的跳频序列。通常调频信号都是短暂和突发的，以往通过频谱观察，这些短时脉冲往往被淹没在背景之中。而利用短时Fourier变换，可以调节时间和频率分辨率，从而得到调频序列的运行方式，驱动接收机能够跟踪序列，快速跟踪未知的信号。如图7所示是一个蓝牙信号在80 MHz频宽内的调频过程。

时频分析的另一个应用就是对信号的调制方式进行快速识别。不同的调制方式在频域和时域上都有其对应的特征，例如AM是关于载波对称的，FSK包含多个频点的切换，GSM

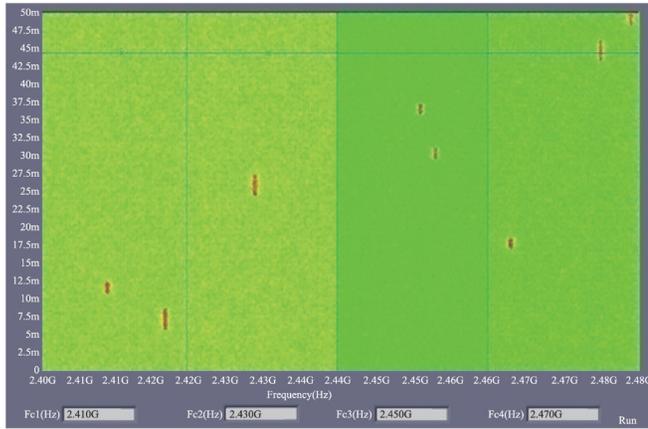


图7 蓝牙信号调频过程

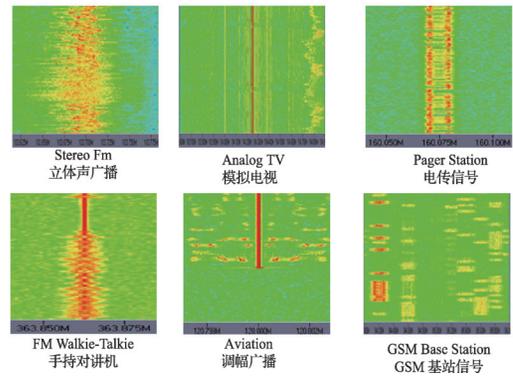


图8 不同信号时域分析特征模板

是严格的时间对齐的脉冲序列等。而时频分析对特征的描述由一维拓展为二维，丰富了特征的种类，降低了不同调制方式拥有相同信号特征的可能。因此可以将不同调制方式信号的时频分析结果作为该调制方式的“指纹”构成一个特征库，通过在特征库中匹配快速识别信号的调制方式。图8是不同信号的时频分析的特征模板。

干扰识别也是时频分析常用的领域之一。可以通过比较信号在相同时刻的样式，确立信号之间的内在联系。如图9所示，左边两个信号都是正常的调频广播，最右边则是非调频波段录制到的信号。对最右边的时频分析可以发现，该信号的频率变化趋势和左侧两个信号一致，但是频率变化的幅度分别是最左侧信号的一倍，中

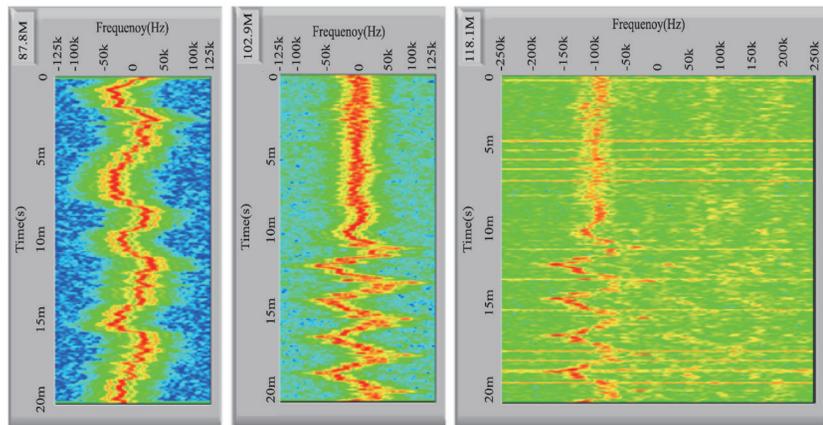


图9 利用时频分析识别干扰信号源

间信号的两倍。由此判断最右边的信号是广播信号的交调信号，是由于发射功率太高导致的非线性失真，干扰了其他波段信号。

4 总结

时频联合分析是信号处理中强有力的工具，能够将时域和频域作为整

体进行分析。有许多不同时频信号处理方法，能够被广泛的应用于信号的捕获、识别以及干扰分析等领域。聚星仪器在时频分析上具备深厚的知识底蕴，积累了丰富的实践经验，拥有完善的数据展示分析工具，提供信号分析的解决方案。