

采用分布鲁棒优化方法的最小切负荷量计算

朱雪松¹ 汪静² 刘志勇³

(1. 国网湖南省电力公司技术技能培训中心 长沙 410131; 2. 中国电建集团北京勘测设计研究院有限公司 北京 100024;

3. 广东电网公司韶关供电局 韶关 512028)

摘要: 含径流式小水电等不确定新能源的电网规划一般采用随机规划方法建模和求解,但径流式小水电出力概率密度函数一般难以准确获得,而分布鲁棒可以针对性地处理不确定因素的概率分布不确定优化问题,因此采用分布鲁棒优化方法解决含径流式小水电站出力不确定的电网规划中最小切负荷量计算问题。考虑径流式小水电站出力不确定性,构建最小切负荷量计算模型,引用鲁棒思想将模型转化为基于分布鲁棒优化理论的最小切负荷量计算模型,并通过拉格朗日对偶原理进一步转换为一个确定性的半定规划。算例计算了不同径流式小水电容量下系统地最小切负荷量,结果表明最小切负荷量受径流式小水电站出力估计值扰动范围的影响,切负荷量随扰动范围的增大而增加,且不同节点的敏感度也不相同;最小切负荷量与接入系统的径流式小水电容量成正相关趋势。

关键词: 分布鲁棒优化;径流式小水电;最小切负荷量;半定规划模型

中图分类号: TM71 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 470.40

Calculation for minimum load-curtailment using distributional robust optimization

Zhu Xuesong¹ Wang Jing² Liu Zhiyong³

(1. State Grid Hunan Electric Power Company Technical Training Center, Changsha 410131, China; 2. Powerchina Beijing Engineering Corporation Limited, Beijing 100024, China; 3. Shaoguan Power Supply Bureau, Shaoguan 512028, China)

Abstract: The power network planning with new energy, such as small hydropower, generally uses stochastic programming method, which hardly to accurately obtain the probability density function of radial flow hydropower station output. Hence, in this paper, the distributional robust optimization method is used to solve the minimal load-shedding problem of the power network planning contained small hydropower with uncertain output. Furthermore, the minimal load-shedding calculation model based on the distributional robust optimization theory is built, and the uncertain grid planning is turn into a certain semidefinite programming by Lagrangian duality principle. Finally, there are calculating the minimal load-shedding under different hydropower station capacity, and the results show that the sensitivity of different nodes is not same and the minimal load-shedding is influenced by the change ranges of radial flow hydropower station output, which increases with the change ranges and is proportional to the grid-connected hydropower station capacity.

Keywords: distributional robust optimization; radial flow hydropower station; minimal load-shedding; semidefinite programming model

1 引言

传统电网规划忽视了不确定因素的影响,随着小水电不确定性电源接入电力系统,需采用不确定性问题的建模方法处理电网规划中不确定性问题。

目前,处理电网规划中不确定性问题主要的建模方法

有随机规划^[1]、鲁棒优化^[2]。其中随机规划以随机变量描述不确定因素,鲁棒优化以不确定集合描述不确定因素。随机规划需预先知道随机变量的概率分布函数,建立不等式约束成立的概率不小于一定置信水平的随机规划模型,并且可采用传统算法、智能算法求解模型^[3-4]。鲁棒优化是一种基于区间理论的建模方法^[5],仅需要预先知道不确定

收稿日期:2015-05

参数区间范围,但是此方法过于保守、复杂,且没有充分利用可获取的概率统计信息。

径流式小水电站出力概率分布的数据等主要通过历史实测数据进行统计分析获得,但是分布函数的期望、方差、协方差难以准确得到,因而概率分布具有不确定性。而分布鲁棒优化^[6]是随机规划与鲁棒优化相结合的建模方法,可针对性地处理不确定因素概率分布不确定的优化问题。该方法是基于随机变量的期望与区间已知,但概率分布不确定的鲁棒优化方法,并通过鲁棒优化思想构建为 min-max 问题,采用拉格朗日对偶原理将一个 NP 难的 min-max 问题^[7]转换为确定的半定规划问题便于求解。因此分布鲁棒优化用于解决径流式小水电站出力不确定的优化问题具有鲜明特点。

当前关于电网规划中最小切负荷量的研究有考虑风电出力的切负荷量优化模型^[8]、基于安全域的最小切负荷量计算^[9]、计及负荷不确定性的切负荷量计算模型^[10]。以上文献主要是考虑了负荷、风电不确定性的最小切负荷量计算,还没有学者考虑风径流式小水电站出力不确定性,研究电网规划中最小切负荷量计算问题。鉴于径流式小水电站出力期望与区间已知,概率分布不确定的特点,采用分布鲁棒线性优化理论建立径流式小水电并网运行的最小切负荷量计算模型。通过调节径流式小水电出力的变化范围平衡最小切负荷模型的经济性与可靠性。

2 径流式小水电出力随机性分析

径流式小水电站的有功出力受到的影响因素很多,例如径流式小水电站的规模、其所处的地理位置和当地天气因素等,同时每个径流式小水电站的其出力的变化规律各有不同,即便是在同一个径流式小水电站中每天、每个时段所发出的有功出力仍然不相同。此时若按传统随机优化方法则需提前获得径流式小水电站有功出力的概率分布,但根据实际情况这一要求是很难达到的。于是可应用分布鲁棒线性优化方法对径流式小水电站有功出力进行处理,假定不确定的径流式小水电站有功出力为随机变量,由径流式小水电站出力的特点定义其有功出力值 $P_s = [P_{s1}, P_{s2}, \dots, P_{sn}]$, 随机变量径流式小水电站有功出力的期望值 $P_s = E(P_s) = \bar{P}_s$, 径流式小水电站输出平均有功出力为 $E(P_s) = [\bar{P}_{s1}, \bar{P}_{s2}, \dots, \bar{P}_{sn}]$, 还需要知道径流式小水电站出力的上限值 P_s^{\max} 和径流式小水电站有功出力的下限值 P_s^{\min} 。

以径流式小水电站有功出力期望值和区间(其出力的上下限)来处理径流式小水电站的出力,与仅仅只考虑区间的模型相比这种考虑区间和期望值的模型虽只是多了期望值的信息,但是在此模型中能得到的关于含径流式小水电系统的出力分布信息要比仅考虑区间的模型得更多的信息。采用区间和期望值结合的方法在求解时其更容易获得参数且其获得的参数更贴近工

程实际。建立模型的过程也相对简单,同时该法也通用于其他计及不确定参数的问题。

3 分布鲁棒优化模型

常规的鲁棒线性优化模型中其注重点主要是在安全性的考虑上,而忽略了经济性。为了更符合工程实际且其计算求解过程更加简便, Seng-Cheol Kang 提出了分布鲁棒线性优化理论^[6]。

常规线性规划的数学模型为:

$$\begin{aligned} \max & \quad cx \\ \text{s. t.} & \quad Ax \leq b \\ & \quad l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $x \in \mathbf{R}^n$ 是决策变量; $u, l \in \mathbf{R}^n$ 分别是 x 的上下限; 且

$$c \in \mathbf{R}^n; b \in \mathbf{R}^m; A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad \text{是系数矩阵。}$$

设上述为不确定线性优化问题,且假设只有系数矩阵 A 中含不确定参数。设 J_i 为 A 中第 i 行中的不确定参数集, $|J_i|$ 表示 J_i 中的元素个数。 A 其中元素的均值和上下限均已知,分别为 $a_{ij} \in [a_{ij}^{\min}, a_{ij}^{\max}]$, $E(a_{ij}) = \bar{a}_{ij}$, 换句话说,将元素 a_{ij} , $j \notin J_i$ 转化为确定值 \bar{a}_{ij} 。同时令每两个不等式约束间的不确定参数彼此独立。则上述模型(1)等价于:

$$\begin{aligned} \max & \quad cx \\ \text{s. t.} & \quad \sum_j \bar{a}_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} a_{ij} y_j \leq b_i, \forall i \\ & \quad -y \leq x \leq y, y \geq 0 \\ & \quad l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (2)$$

令 $\Gamma = (\Gamma_1, \dots, \Gamma_m)$, 鲁棒解则存在于如下鲁棒优化问题中:

$$\begin{aligned} \max & \quad cx \\ \text{s. t.} & \quad \sum_j \bar{a}_{ij} x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i, \forall i \\ & \quad z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j, \forall j \in J_i, \forall i \\ & \quad p_{ij} \geq 0, \forall j \in J_i, \forall i \\ & \quad -y \leq x \leq y \\ & \quad l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (3)$$

分布鲁棒优化模型的关键点在于是控制通系数矩阵 A 中每行的不确定参数的变化范围,优化结果可任意的在经济性与可靠性之间转换。记 $t_{ij}^B = \bar{a}_{ij} - a_{ij}^{\min}$, $t_{ij}^F = a_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij}$, 将变化约束变量 Γ_i ($i = 1, \dots, m$) 引入各个不等式约束中,这里 Γ_i 为实数且 $\Gamma_i \leq |J_i|$ 。其定义集合为:

$$\begin{aligned} R_i(\Gamma_i) &= a_i | a_{ik} \in [\bar{a}_{ik} - \beta_k t_{ik}^B, \bar{a}_{ik} + \beta_k t_{ik}^F] \\ 0 &\leq \beta_k \leq 1, \sum_{k \in J_i} \beta_k \leq \Gamma_i \end{aligned} \quad (4)$$

式中: a_i 代表系数矩阵 A 的第 i 行的不确定参数的矢量。则计及不确定参数的常规线性规划问题的模型(1)转化为分布鲁棒优化模型为:

$$\begin{aligned} & \max cx \\ & \max_{a \in \mathbf{R}(\Gamma)} (a, x) \leq b, i = 1, \dots, m \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (5)$$

得到的鲁棒对等模型为:

$$\begin{aligned} & \max cx \\ & \sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij} x_j + \Gamma_i z_i + \sum_{k \in J_i} p_k \leq b_i \\ & \max \{ t_{ik}^F x_k, -t_{ik}^B x_k \} \leq z_i + p_k \\ & z_i \geq 0, p_k \geq 0, i = 1, \dots, m, \forall k \in J_i \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (6)$$

其中在原优化问题(5)转化为对等的鲁棒线性优化模型后引入了两个新的决策变量 z_i 和 p_k 。式(6)可以看出, 计及不确定参数的一般线性规划模型(1)已转化为一个确定性的线性规划问题, 通过常规线性规划方法就可以求出最终鲁棒优化的解。

变化约束变量 $\Gamma_i (i = 1, \dots, m)$ 进行详细分析可得, 若 $\Gamma_i = 0$, 则对任意的 $a_{ij}, j \in J_i$ 强制确定且其值为 \bar{a}_{ij} ; 若 $\Gamma_i = |J_i|$ 时, 则可以考虑到所有不确定参数的可能, 换句话说, 所有 $a_{ij}, j \in J_i$ 随机且属于 $[\bar{a}_{ij} - \hat{a}_{ij}, \bar{a}_{ij} + \hat{a}_{ij}]$, 其解的鲁棒性最强, 即不会违反一般线性规划模型(1)中所有的不等式约束; 当 $\Gamma_i < |J_i|$ 时, 通过控制引入每个不等式约束中的 Γ_i 的大小, 此时 $a_{ij}, j \in J_i$ 属于集合 $[\bar{a}_{ij} - (\Gamma_i - |J_i|)\hat{a}_{ij}, \bar{a}_{ij} + (\Gamma_i - |J_i|)\hat{a}_{ij}]$, 优化结果可在最优性和鲁棒性之间达到平衡。

当 $\Gamma_i < |J_i|$ 时, 设 x^* 为随机变量分布信息下的鲁棒线性优化模型在求解计及不确定参数的一般线性规划模型式(1)时得到的最优解, 当 $x = x^*$ 时, 且 $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ 不确定参数间相互独立, 且 $\forall \theta \geq 0$:

$$\begin{aligned} & P\left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* > b_i\right] = P\left[\sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^* > b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*\right] \leq \\ & P\left[\sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^* \geq b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*\right] \leq e^{-\theta(b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*)} E\{e^{\theta \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*}\} \leq \\ & e^{-\theta(b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*)} \prod_{j \in J_i} E\{e^{\theta a_{ij} x_j^*}\} \end{aligned} \quad (7)$$

假设随机变量 $X (a \leq X \leq b)$, 对于任意 $\theta (\theta \geq 0)$ 有:

$$E[e^{\theta X}] \leq \frac{b - E[X]}{b - a} e^{\theta a} + \frac{E[X] - a}{b - a} e^{\theta b} \quad (8)$$

则可得:

$$\begin{aligned} & P\left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* > b_i\right] \leq e^{-\theta(b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*)} \prod_{j \in J_i} E\{e^{\theta a_{ij} x_j^*}\} \leq \\ & \exp\left\{\sum_{j \in J_i} \log\left(\frac{\bar{a}_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij} x_j^*}{\bar{a}_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij}^{\min}} e^{\theta \bar{a}_{ij}^{\max}} + \frac{\bar{a}_{ij} x_j^* - \bar{a}_{ij}^{\min}}{\bar{a}_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij}^{\min}} e^{\theta \bar{a}_{ij}^{\min}}\right)\right\} \\ & - \theta(b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*) \end{aligned} \quad (9)$$

可得满足第 $i (i = 1, \dots, m)$ 个不等式约束的概率的一个上限估计为:

$$P\left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* > b_i\right] \leq$$

$$\min_{\theta \geq 0} \exp\left\{\sum_{j \in J_i} \log\left[\frac{\bar{a}_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij} x_j^*}{\bar{a}_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij}^{\min}} e^{\theta \bar{a}_{ij}^{\max}} + \frac{\bar{a}_{ij} x_j^* - \bar{a}_{ij}^{\min}}{\bar{a}_{ij}^{\max} - \bar{a}_{ij}^{\min}} e^{\theta \bar{a}_{ij}^{\min}}\right]\right\} - \theta(b_i - \sum_{j \in J_i} a_{ij} x_j^*) \quad (10)$$

式中: $\bar{a}_{ij}^{\min} = \min\{a_{ij}^{\min} x^*, a_{ij}^{\max} x^*\}$; $\bar{a}_{ij}^{\max} = \max\{a_{ij}^{\min} x^*, a_{ij}^{\max} x^*\}$; $\theta \geq 0$ 。设式(7)右侧的函数可表示为 $P_{\min}(\theta)$, 则 $P_{\min}(\theta)$ 为常规的单变量凸优化问题, 其求解过程较为简单。鲁棒最优解的可靠程度可以利用式(7)对其进行评估。

4 采用分布鲁棒优化方法的最小切负荷量模型

4.1 最小切负荷量模型

系统有 $n+1$ 个节点(从 $0, \dots, n$), m 条支路(从 $1, \dots, m$), 假设平衡节点是节点 0 , 将其等效为 1 有功出力 P_G 的电源节点。

1) 目标函数

电力系统优化目标是使系统切负荷量最小:

$$\min \sum_{i=1}^n P_{R_i} \quad (11)$$

式中: P_{R_i} 为第 i 个节点的切负荷量。

2) 约束条件

根据电力系统安全稳定运行的要求, 考虑的主要约束条件为平衡约束、运行约束与线路停运风险约束, 其表示如下:

① 功率平衡约束

$$\sum_{i=1}^{N_G} P_{G_i} + \sum_{j=1}^{N_S} P_S + \sum P_R - \sum P_D = -P_G \quad (12)$$

式中: P_G 为常规机组的有功出力, $\sum P_D$ 为系统总负荷; P_S 为第 j 个径流式小水电站输出的有功功率; N_S 为系统中径流式小水电站的总数。

② 运行约束

$$P_{G_i}^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} \quad (13)$$

$$0 \leq P_{R_i} \leq P_{D_i} \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (14)$$

$$P_{S_i, \min} \leq P_{S_i} \leq P_{S_i, \max} \quad (15)$$

$$E(P_{S_i}) = \bar{P}_{S_i} \quad (i = 0, 1, \dots, n)$$

式中: $P_{G_i}^{\min}, P_{G_i}^{\max}$ 表示节点 i 的常规发电机组的有功出力上下限值。

③ 线路的潮流安全约束

$$|P_l| \leq P_l^{\max} \quad (16)$$

$$P_l = H(P_G + P_R + P_S - P_D)^T \quad (17)$$

式中: P_l 是传输线路的有功功率; P_l^{\max} 是线路 l 的传输功率上限。假设式(18)表示由特定系统线路参数和网络结构求解出在该网架结构下的支路注入功率与节点注入功率间的关联矩阵。

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{m1} & \dots & \dots & h_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (18)$$

4.2 基于分布鲁棒的最小切负荷量模型

根据鲁棒线性优化, 设除平衡节点外的常规机组的出力方式确定, 把式(12)、(17)分别代入式(13)、(16)得到如下的不等式约束 ($i = 1, \dots, m$):

$$\sum_{j=1}^n (P_{S_j} + P_{R_j}) \leq P_{G_0, \max} - \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j}) \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^n (P_{S_j} + P_{R_j}) + \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j}) \geq P_{G_0, \min} \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} + \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{S_j} \leq P_l^{\max} - \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j}) \quad (21)$$

$$- \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} - \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{S_j} \leq P_l^{\max} + \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j}) \quad (22)$$

上述的不等式约束中的不确定参数均为 P_{S_j} ($j = 1, \dots, n$), 所以每个不等式约束对应的变化约束变量 Γ 都是相等的。假设 J_s 表示实际接入径流式小水电站的节点集合, 而 $|J_s|$ 表示集合 J_s 中元素的个数, 则有 $\Gamma \leq |J_s|$ 。

以式(21)为例, 由 $\sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} + \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{S_j} = [H_{i1} \dots H_{in} P_{S1} \dots P_{Sn}] \cdot [P_{R1} \dots P_{Rn} H_{i1} \dots H_{in}]^T$ 则可以把 $[H_{i1} \dots H_{in} P_{S1} \dots P_{Sn}]$ 看作(1)(2)式中的第 i 个不等式的参数 $[a_{i1} \dots a_{in} a_{i(n+1)} \dots a_{i2n}]$, 可以把 $[P_{R1} \dots P_{Rn} H_{i1} \dots H_{in}]$ 看作(1)(2)式中的第 i 个不等式的决策变量 $[x_{i1} \dots x_{in} x_{i(n+1)} \dots x_{i2n}]$, 且 $[x_{i(n+1)} \dots x_{i2n}] = [s_{i1} \dots s_{in}]$, 则式(19)~(22)分布鲁棒优化模型转化为鲁棒对等式模型如下:

$$P_{R_j} + \Gamma z_i + \sum_{k \in J_s} p_k \leq P_{G_0, \max} - \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j}) - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{S_j} z_i + p_k \geq \max\{(P_{S_j, \min} - \bar{P}_{S_j}) H_k, (P_{S_j, \max} - \bar{P}_{S_j}) H_k\} \quad \forall k \in J_s, z_k \geq 0, p_k \geq 0, \forall k \in J_s \quad (23)$$

$$- P_{R_j} - \Gamma z_i - \sum_{k \in J_s} p_k \leq - P_{G_0, \min} + \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j}) + \sum_{j=1}^n \bar{P}_{S_j} z_i + p_k \geq \max\{(P_{S_j, \min} - \bar{P}_{S_j}) H_k, (P_{S_j, \max} - \bar{P}_{S_j}) H_k\} \quad \forall k \in J_s, z_k \geq 0, p_k \geq 0, \forall k \in J_s \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} + \Gamma z_i + \sum_{k \in J_s} p_k \leq P_l^{\max} - \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j}) - \sum_{j=1}^n H_{ij} \bar{P}_{S_j} z_i + p_k \geq \max\{(P_{S_j, \min} - \bar{P}_{S_j}) H_k, (P_{S_j, \max} - \bar{P}_{S_j}) H_k\} \quad \forall k \in J_s, z_k \geq 0, p_k \geq 0, \forall k \in J_s \quad (25)$$

$$- \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} - \Gamma z_i - \sum_{k \in J_s} p_k \leq P_l^{\max} + \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j}) + \sum_{j=1}^n H_{ij} \bar{P}_{S_j} z_i + p_k \geq \max\{(P_{S_j, \min} - \bar{P}_{S_j}) H_k, (P_{S_j, \max} - \bar{P}_{S_j}) H_k\} \quad \forall k \in J_s, z_k \geq 0, p_k \geq 0, \forall k \in J_s \quad (26)$$

式中: z_i 与 p_k 均为引入鲁棒对等式模型中的新的决策变量, 二者不具有任何物理意义, 且在各个对等模型中 z_i 与 p_k 的取值不同。由上述等式可得, 每个不等式约束的鲁棒对等式模型中都增加了 $1 + |J_s|$ 决策变量和 $|J_s|$ 个线性

不等式。所幸在实际工程中, 等效的径流式小水电站节点的数目并不多, 故 $|J_s|$ 并不大, 使得其求解规模并不大。

设 $P_R^* = [P_{R1}^*, P_{R2}^*, \dots, P_{Rn}^*]$ 是所求得的鲁棒最优解, 各径流式小水电站间的出力相互独立, 可得式(23)~(26)被违反的概率的一个上限估计分别为:

$$P\left[\sum_{j=1}^n (P_{S_j} + P_{R_j}^*) > P_{G_0, \max} - \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j})\right] \leq \min_{\theta \geq 0} \exp \left\{ \sum_{j \in J_s} \log \left(\frac{P_{ij}^{\max} - H_{ij} \bar{P}_{S_j}}{P_{ij}^{\max} - P_{ij}^{\min}} e^{\theta P_{ij}^{\max}} + \frac{H_{ij} \bar{P}_{S_j} - P_{ij}^{\min}}{P_{ij}^{\max} - P_{ij}^{\min}} e^{\theta P_{ij}^{\min}} \right) - \theta \left[P_{G_0, \max} - \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j}) - \sum_{j=1}^n P_{R_j}^* \right] \right\} \quad (27)$$

$$P\left[-\sum_{j=1}^n (P_{S_j} + P_{R_j}^*) > -P_{G_0, \min} + \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j})\right] \leq \min_{\theta \geq 0} \exp \left\{ \sum_{j \in J_s} \log \left(\frac{P_{ij}^{\max} - H_{ij} \bar{P}_{S_j}}{P_{ij}^{\max} - P_{ij}^{\min}} e^{\theta P_{ij}^{\max}} + \frac{H_{ij} \bar{P}_{S_j} - P_{ij}^{\min}}{P_{ij}^{\max} - P_{ij}^{\min}} e^{\theta P_{ij}^{\min}} \right) - \theta \left[-P_{G_0, \min} + \sum_{j=1}^n (P_{G_j} - P_{D_j}) + \sum_{j=1}^n P_{R_j}^* \right] \right\} \quad (28)$$

$$P\left[\sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} + \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{S_j} > P_l^{\max} - \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j})\right] \leq \min_{\theta \geq 0} \exp \left\{ \sum_{j \in J_s} \log \left(\frac{\tilde{P}_{ij}^{\max} - H_{ij} \bar{P}_{S_j}}{\tilde{P}_{ij}^{\max} - \tilde{P}_{ij}^{\min}} e^{\theta \tilde{P}_{ij}^{\max}} + \frac{H_{ij} \bar{P}_{S_j} - \tilde{P}_{ij}^{\min}}{\tilde{P}_{ij}^{\max} - \tilde{P}_{ij}^{\min}} e^{\theta \tilde{P}_{ij}^{\min}} \right) - \theta \left[P_l^{\max} - \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j}) - \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j}^* \right] \right\} \quad (29)$$

$$P\left[-\sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j} - \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{S_j} > -P_l^{\max} + \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j})\right] \leq \min_{\theta \geq 0} \exp \left\{ \sum_{j \in J_s} \log \left(\frac{\tilde{P}_{ij}^{\max} - H_{ij} \bar{P}_{S_j}}{\tilde{P}_{ij}^{\max} - \tilde{P}_{ij}^{\min}} e^{\theta \tilde{P}_{ij}^{\max}} + \frac{H_{ij} \bar{P}_{S_j} - \tilde{P}_{ij}^{\min}}{\tilde{P}_{ij}^{\max} - \tilde{P}_{ij}^{\min}} e^{\theta \tilde{P}_{ij}^{\min}} \right) - \theta \left[-P_l^{\max} + \sum_{j=1}^n H_{ij} (P_{G_j} - P_{D_j}) + \sum_{j=1}^n H_{ij} P_{R_j}^* \right] \right\} \quad (30)$$

式中:

$$\tilde{P}_{ij}^{\max} = \max\{P_{S_j, \max} H_{ij}, P_{S_j, \min} H_{ij}\}; \tilde{P}_{ij}^{\min} = \min\{P_{S_j, \max} H_{ij}, P_{S_j, \min} H_{ij}\}.$$

该方法可应用于其他类型的不等式约束。

5 算例仿真及分析

5.1 算例参数

将上述鲁棒优化方法所建立的优化模型接入某46节点系统进行分析计算, 给出的支路数据如表1, 发电机参数如表2和负荷参数表3。在表3中 n_{ij} 表示支路 $i-j$ 间的线路数, r_{ij} 是支路 $i-j$ 的线路电阻抗值, P_l^{\max} 是支路 $i-j$ 的单条线路的功率上限。定义46节点的发电机为平衡节点。分别从16、17、19、20、42和16、18、19、20、43接入径流小水电系统。径流式小水电出力参数如表4与表5。节点42、44、45的负荷用 L_{42} 、 L_{44} 、 L_{45} 来表示。

表1 某46节点系统支路参数

支路	n_{ij}	r_{ij}	P_l^{\max}												
1-7	1	0.061 6	270	19-21	1	0.027 8	1 500	34-35	2	0.049 1	540	20-21	2	0.012 5	1 200
1-2	2	0.106 5	540	16-17	1	0.007 8	2 000	35-38	1	0.198 0	200	42-43	3	0.012 5	1 800
4-9	1	0.092 4	270	17-19	1	0.006 1	2 000	37-39	1	0.028 3	270	14-15	1	0.037 4	270
5-9	1	0.117 3	270	14-26	1	0.161 4	220	37-40	1	0.128 1	270	5-11	1	0.091 5	270
5-8	1	0.113 2	270	14-22	1	0.084 0	270	37-42	1	0.210 5	270	46-6	1	0.012 8	2 000
7-8	1	0.102 3	270	22-26	1	0.079 0	270	39-42	3	0.203 0	600	19-25	1	0.032 5	1 400
4-5	2	0.056 6	540	20-23	2	0.093 2	540	40-42	1	0.093 2	270	31-32	1	0.004 6	2 000
2-5	2	0.032 4	540	23-24	2	0.077 4	540	38-42	3	0.090 7	810	28-30	1	0.005 8	2 000
8-13	1	0.134 8	240	26-27	2	0.083 2	540	32-43	1	0.030 9	1 400	26-29	3	0.054 1	810
9-14	2	0.175 6	440	24-34	1	0.164 7	220	42-44	1	0.120 6	270	24-25	2	0.012 5	1 200
12-14	2	0.074 0	540	24-33	1	0.144 8	240	44-45	1	0.186 4	200	29-30	2	0.012 5	1 200
14-18	2	0.151 4	480	33-34	1	0.126 5	270	19-32	1	0.019 5	1 800	40-41	1	0.012 5	600
13-18	1	0.180 5	220	27-36	1	0.091 5	270	46-19	1	0.022 2	1 800	2-3	1	0.012 5	600
13-20	1	0.107 3	270	27-38	2	0.208 0	400	46-16	1	0.020 3	1 800	5-6	2	0.012 5	1 200
18-20	1	0.199 7	200	36-37	1	0.105 7	270	18-19	1	0.012 5	600	9-10	1	0.012 5	600

表2 发电机参数

节点编号	出力下限	出力上限	正常出力	节点编号	出力下限	出力上限	正常出力
14	0	1 257	944	31	0	700	400
16	0	2 000	1 100	32	0	500	450
17	0	1 050	1 000	34	0	748	300
19	0	1 670	900	37	0	300	212
27	0	220	200	39	0	600	221
28	0	800	300	46	0	900	—

表3 负荷参数

节点编号	有功功率	节点编号	有功功率
2	443.1	26	231.8
4	300.7	33	229.1
5	238.0	35	216.0
8	72.2	36	90.1
12	511.9	38	216.0
13	185.8	40	262.1
20	1 091.0	42	1 607.9
22	81.9	44	79.1
23	458.1	45	86.7
24	478.2		

表4 径流式小水电出力参数1 /MW

节点编号	出力上限	平均出力
16	125	48
17	140	62
19	220	80
20	140	50
42	125	42

表5 径流式小水电出力参数2 /MW

节点编号	出力上限	平均出力
16	125	48
18	140	62
19	220	80
20	140	50
43	125	42

分布鲁棒优化模型中如(18)~(21)不等式约束,其中型如(20)的不等式约束式有8个,可分别为(20)~(1)-(20)~(8),其被违反的概率的上限的一个估计可利用式(25)求得,分别记为 $P_{10-1} - P_{10-8}$ 。同理,(21)~(1)-(21)~(8)、(18)~(1)、(19)~(1)表示剩下10个不等式约束,对应的被违反的概率的越限表示为 $P_{11-1} - P_{11-8}$ 、 P_{8-1} 、 P_{9-1} 。根据第二章的分析可得, Γ 是衡量系统中的所有径流式小水电站出力变化范围的参数,其取值可以是0到 $|J_s|$ 之间的任意实数, Γ 从0~5.0间以0.5为间隔进行取值,其结果如表5.6。(其他参数同上节)。

方案1:分别从16、17、19、20、42和16、18、19、20、43接入径流小水电系统。

方案2:在方案1的基础上,分别给每个节点增大40 MW的接入容量。

5.2 仿真结果分析

1)方案1的仿真结果分析

表6 接入16、18、19、20、43节点的仿真结果 /MW

Γ	L_{12} 的切负荷量	L_{14} 的切负荷量	L_{15} 的切负荷量	总的切负荷量
0.0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
0.5	15.697 8	0.617 4	0.276 2	16.591 4
1.0	2.480 7	2.938 8	32.702 9	38.122 4
1.5	1.919 0	0.658 2	36.624 1	39.201 3
2.0	1.511 8	21.258 9	17.509 3	40.280 0

续表

表6 接入16、18、19、20、43节点的仿真结果 /MW

Γ	L_{42} 的切负荷量	L_{44} 的切负荷量	L_{45} 的切负荷量	总的切负荷量
2.5	3.176 3	0.778 6	36.765 5	40.720 4
3.0	3.323 6	0.647 9	37.189 3	41.160 8
3.5	4.692 7	10.786 9	26.033 2	41.512 8
4.0	4.669 6	13.122 9	24.072 6	41.865 1
4.5	5.284 1	3.030 9	33.736 4	42.051 4
5.0	4.146 1	4.251 1	33.840 5	42.237 7

表7 接入16、17、19、20、42节点的仿真结果 /MW

Γ	L_{42} 的切负荷量	L_{44} 的切负荷量	L_{45} 的切负荷量	总切负荷量
0.0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
0.5	10.772 3	0.002 0	8.013 9	18.788 2
1.0	2.533 3	3.523 4	33.731 5	39.788 2
1.5	3.946 1	18.034 4	18.886 5	40.867 0
2.0	2.147 9	11.756 3	28.041 6	41.945 8
2.5	3.564 3	0.724 3	38.151 0	42.439 6
3.0	3.252 5	0.652 0	14.697 6	42.933 5
3.5	5.854 4	14.697 6	22.733 6	43.285 6
4.0	4.893 2	13.730 1	25.014 5	43.637 8
4.5	5.626 4	1.606 2	36.591 6	43.824 2
5.0	4.321 6	3.119 7	36.569 2	44.010 5

表8 接入16、17、19、20、42节点的功率越限的概率

Γ	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
P_{32-43}	0.923 1	0.613 7	0.578 2	0.401 5	0.401 5	0.372 8	0.302 4	0.201 0	0.103 3	0.049 9	0.00 0

从上述的算例结果可以看出系统的可靠性与经济性是一对矛盾的存在,想要利益最大化就要面临更大的风险。且当径流式小水电的系统的出力变化范围越大、越完整,系统越安全但总的切负荷量越多。

2)方案2的仿真结果分析

表9 接入16、17、19、20、42节点的仿真结果

Γ	P_{R0}	P_{R16}	P_{R17}	P_{R19}	P_{R20}	P_{R42}
0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
0.5	18.788 2	18.788 2	18.788 2	18.788 2	18.788 2	18.788 2
1.0	39.788 2	39.788 2	39.788 3	39.788 2	39.788 2	39.788 2
1.5	40.867 0	40.867 1	40.866 9	41.175 3	40.867 0	40.867 0
2.0	41.945 8	41.945 9	41.945 8	42.562 3	41.945 8	41.945 8
2.5	42.439 6	42.480 9	42.693 0	43.056 2	42.439 6	42.439 6
3.0	42.933 5	43.016 0	43.440 1	43.550 0	42.933 5	42.933 5
3.5	43.285 6	43.509 9	43.792 2	43.902 1	43.285 6	43.285 6
4.0	43.637 8	44.003 8	44.144 3	44.254 4	43.637 8	43.637 8
4.5	43.824 2	44.190 1	44.330 6	44.440 6	43.824 2	43.824 2
5.0	44.010 5	44.376 3	44.516 9	44.562 3	44.010 5	44.010 5

表6与表7表示各节点切负荷量。结果表明,当径流式小水电站从不同的节点接入时,系统的最小切负荷量明显不同。同时得出了控制 Γ 的大小是可以灵活调节鲁棒最优解的经济性和鲁棒性间的相互转化的结论。当 Γ 的值越大时,即在此时径流式小水电系统的出力变化范围越大,系统的切负荷量越大(经济性递减、可靠性递增);反之,系统的切负荷量越小(经济性递增、可靠性递减);当 $\Gamma = |J_s|$ 时,求得的结果鲁棒性最强。该模型不但能得到最安全的切负荷方案以外,而且其得到的切负荷方案更多的是介于经济性最优和可靠性最好之间,可以实行电网规划问题中的灵活决策。应用该方案能大致了解到不同的切负荷方案对应的电网规划方案的可靠程度。

表8表示线路功率越限率的仿真结果。 P_{32-43} 表示支路32-43流过功率越限的概率。若负荷被保留则在该表中不显示,同理,若表中没给出不等式约束被违反的概率,则该不等式约束没被违反。从仿真结果可以看出,支路32-43流过的功率越限,因此,整个规划方案的薄弱点则在这个支路上,假如采取措施,在该支路上再加一条输电线路,则当重复上述测试时, Γ 从0.0~5.0进行取值,切负荷量为零且满足所有的不等式约束。

表9与表10表示系统的最小切负荷量。表中 P_{R16} 、 P_{R17} 、 P_{R19} 、 P_{R20} 、 P_{R42} 、 P_{R43} 分别表示将16、17、18、19、20、42、43号节点的接入容量分别增大40 MW以后的系统的最小切负荷量。 P_{R0} 表示在两种不同的接入方式下的原来的最小切负荷总量。

表10 接入16、18、19、20、43节点的仿真结果

Γ	P_{R0}	P_{R16}	P_{R18}	P_{R19}	P_{R20}	P_{R43}
0.0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
0.5	16.591 4	16.591 4	16.591 4	16.591 4	16.591 4	16.591 4
1.0	38.122 4	38.122 4	38.122 4	38.122 4	38.122 4	38.122 4
1.5	39.201 3	39.201 2	39.201 3	39.505 9	39.201 3	39.201 3
2.0	40.280 0	40.280 0	40.280 0	40.896 5	40.280 0	40.280 0
2.5	40.720 4	40.815 2	40.720 4	41.336 8	40.720 4	40.720 4
3.0	41.160 8	41.350 4	41.160 8	41.777 2	41.160 8	41.160 8
3.5	41.512 8	41.790 6	41.512 8	42.129 4	41.512 8	41.512 8
4.0	41.865 1	42.231 0	41.865 1	42.481 5	41.865 1	41.865 1
4.5	42.051 4	42.421 6	42.051 4	42.667 9	42.051 4	42.051 4
5.0	42.237 7	42.603 6	42.237 7	42.854 2	42.237 7	42.237 7

径流式小水电站从16,17,19,20,42号节点介入系统,由表9可得当分别改变16,17,19号节点的径流式小水电系统的接入容量时,最小切负荷量发生了明显的变化。随着接入容量的增大,最小切负荷量也增大了,其中17,19号节点表现得尤为明显;而20,42号节点的接入容量增加,其系统最小切负荷总量并没发生改变;同时,当扰动较小时($\Gamma = 0, 0.5$ 时),系统的最小切负荷总量随节点接入容量的变化并不大。这说明在该运行方式下,16,17,19号节点为该系统较为敏感的节点,不宜改变其介入系统的容量;而20,42号节点对接入容量值的变化则相对较不敏感,故在系统有需要的前提下可以适当增大,从这些节点接入系统的并网容量。

径流式小水电站从16,18,19,20,43号节点接入系统,将每个节点的接入容量分别增大40 MW。由表10可得:随着接入容量的增大,16,19号节点最小总切负荷量也增大了,其中19号节点表现得尤为明显;18,20,43号节点的接入容量增加,其系统最小切负荷总量并没发生改变;同时,当扰动较小时($\Gamma = 0, 0.5$ 时),系统的最小切负荷总量随节点接入容量的变化并不大。故可得在该运行方式下,16,19号节点为该系统较为敏感的节点,不宜改变其介入系统的容量;18,20,43号节点对接入容量值的变化则相对较不敏感,故在系统有需要的前提下可以适当增大,从这些节点接入系统的并网容量。

由上述算例结果可知:

1)将系统中某一节点的接入容量增大时,会导致系统最小切负荷量的变化;

2)系统不同节点的敏感度不同,可以根据测试结果适当增减系统中不同节点的接入容量值;

3)小的扰动水平下,系统的最小切负荷量并不会随某节点接入容量的变化而变化。

6 结论

径流式小水电站的有功出力受到的影响因素很多,难以得到确定的概率密度函数,分布鲁棒优化有效解决了上

述问题,采用期望与上下限值描述不确定因素,并且充分利用了历史统计信息。分布鲁棒优化模型是NP难问题,采用拉格朗日对偶原理可将其变换为一个确定性的半定规划模型。

采用分布鲁棒优化理论建立径流式小水电并网运行的最小切负荷量计算模型。仿真结果表明径流式小水电的系统的出力变化范围越大、越完整,系统越安全但总的切负荷量越多。系统接入流式小水电容量增大,则最小切负荷量也增大,且最小切负荷量小受扰动的影响。

因此,分布鲁棒优化理论能客观地权衡不同切负荷方案下系统规划方案的抉择,为选择输电网规划方案提供了理论基础。

参 考 文 献

- [1] 张新松,袁越,陈哲,等. 考虑电能质量约束的含风电场电网规划[J]. 电网技术,2012,36(6):195-199.
- [2] 聂宏展,赵莹,马建勃. 风电并网时考虑紧急需求响应及鲁棒优化的输电网规划[J]. 电工电能新技术,2015,34(3):7-11,23.
- [3] 黄文英,邓兆云,邓勇,等. 输电网安全性需求评估指标集的构建[J]. 电力建设,2014,35(8):12-17.
- [4] 范彬,周力行,黄颀,等. 基于改进蝙蝠算法的配电网分布式电源规划[J]. 电力建设,2015,35(3):24-30.
- [5] 周任军,刘志勇,闵雄帮. 不确定性优化方法在电力系统研究中的应用[J]. 电力科学与技术学报,2014,29(2):21-29.
- [6] 李林升,谢家龙,林国湘,等. 基于鲁棒统计的尺度区域拟合几何测量方法[J]. 仪器仪表学报,2014,35(1):226-233.
- [7] 张昌凡,彭钊,李祥飞,等. 基于自适应观测器的鲁棒失磁故障检测方法[J]. 电子测量与仪器学报,2015,29(4):508-518.
- [8] 梅生伟,郭文涛,王莹莹,等. 一类电力系统鲁棒优化问题的博弈模型及应用实例[J]. 中国电机工程学报,

2013,33(19):47-56.

- [9] 赵齐月,毛征,张庆龙,等. 基于局域熵值分布图的目标分割及质心计算[J]. 国外电子测量技术,2014,33(2):20-22.
- [10] 陈雁,文劲宇,程时杰. 电网规划中考虑风电场影响的最小切负荷量研究[J]. 中国电机工程学报,2011,31(34):20-27.
- [11] 王菲,余贻鑫,刘艳丽. 基于安全域的电网最小切负荷计算方法[J]. 中国电机工程学报,2010,30(13):28-33.
- [12] 张柯,杜丽敏,金龙旭. 成像扫描低速变负载大惯量系统自抗扰控制[J]. 电子测量技术,2014,37(12):17-23.
- [13] 潘旭东,赵杨,云雷,等. 基于不确定性的线路退运

模糊切负荷量计算[J]. 广东电力,2014,27(3):58-62.

作者简介

朱雪松,1989年出生,硕士研究生。主要研究方向为电力系统配网优化,规划与运行。

E-mail:1059700510@qq.com

汪静,1983年出生,大学本科。主要研究方向为水电站控制系统设计工作。

E-mail:18840253@qq.com

刘志勇,1989年出生,硕士研究生。主要研究方向为电力系统配网优化,规划与运行。

E-mail:lzycl0738@163.com

(上接第27页)

- [3] 姜东红,吴根水,屠宁. RT-LAB 软件在半实物仿真系统中的应用[J]. 测控技术,2008,27(4):71-73.
- [4] 刘坤,方芳,王伟. 基于 MATLAB/RTW 的通信模块的设计与实现[J]. 电子测量与仪器学报,2015,29(2):296-301.
- [5] 肖河川,廖俊必. 基于 FSM 的平板模型研究[J]. 电子测量技术,2012,35(3):107-111.
- [6] 陈宇宙. 实时仿真平台 RT-LAB 及其在飞行器设计上的应用研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2007.
- [7] 万士正,常晓飞,闫杰. 基于 RT-LAB 的飞控系统快速原型开发[J]. 电子测量技术,2012,35(10):115-118.
- [8] 吕俊,李鑫,凡永华. 基于 RT-LAB 的高空飞艇半

实物仿真系统设计[J]. 电子测量技术,2015,38(3):13-16.

[9] 朱剑波. 无刷直流电机控制系统的仿真与分析[J]. 国外电子测量技术,2013,32(12):25-30.

[10] 李海波. 基于 TMS320F28335 无刷直流电机的控制系统研究[D]. 长春:中科院长春光学精密机械与物理研究所,2010.

作者简介

郭长欢,1988年出生,工学硕士。主要研究方向为电机与电器。

E-mail:2289767288@qq.com

黄建,1953年出生,研究员。主要研究方向为电机与电器。