

# 改进的梯度下降法在离散时滞系统中的应用\*

杨晓冬 马光

(北华航天工业学院 廊坊 065000)

**摘要:**提出了离散时滞系统的辨识问题,这个问题包括时滞参数的辨识和系统动态参数的辨识。提出了一种基于辅助模型思想和低通滤波技术的带可变遗忘因子的随机梯度下降法对系统时滞参数和系统动态参数同时进行在线辨识。建立辅助模型,用辅助模型输出代替系统的无噪声输出。引入基于预测误差的可变遗忘因子,加快算法的收敛速度,提高算法的预测精度。同时,引入低通滤波技术增大时滞参数的收敛域,使得损失函数取得全局最优。最后,通过仿真证明了本文算法的有效性。

**关键词:**离散系统;时滞;辅助模型;可变遗忘因子;低通滤波

**中图分类号:** TP13    **文献标识码:** A    **国家标准学科分类代码:** 510.8010

## Application of an improved stochastic gradient method in discrete-time system with time-delay

Yang Xiaodong Ma Guang

(North China Institute of Aerospace Engineering, Langfang 065000, China)

**Abstract:** In this paper, the problem of identification of discrete-time system with a time-delay is addressed. This problem involves both the estimation of the time-delay and the estimation of the dynamic parameters. An Improved Stochastic Gradient Descent Method based on auxiliary model theory and low-pass filtering technique with a variable forgetting factor is proposed to simultaneously estimate the time-delay and dynamic parameters on line. An auxiliary model is established to estimate the noise-free output of system. A variable forgetting factor based on prediction error is introduced to enhance the convergence rate and identification accuracy. Moreover, a low-pass filtering technique is used to widen the convergence region and the sharp peaks of cost function are 'spread out', which makes the global minimum easier to reach. Simulation results are included to show the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** discrete-time system; time-delay; auxiliary model; variable forgetting factor; low-pass filtering

### 1 引言

近些年来,时滞系统的辨识引起了越来越广泛的重视<sup>[1]</sup>。大部分的工业过程的动力学方程中包含时间延迟。在循环过程中,驱动器、传感器和网络都会引入时间延迟。所以,时滞系统辨识是一个工程问题。时滞系统是一个动态系统,当前状态不仅与当前状态有关,还与过去的状态有关<sup>[2]</sup>。时滞是系统的一种固有属性,存在于系统的能量传递、信息传递和物质运输等过程。当时滞参数较小时,可以忽略不计。否则,系统的模型中必须包含时滞参数。因此,对于时滞系统的辨识包含两部分,时滞参数的辨识和系统动态参数的辨识<sup>[3]</sup>。

时滞系统的辨识可以分为连续时间系统的辨识和离散系统的辨识。离散系统相对于连续时间系统而言,数学模型更加容易建立。同时,随机理论在离散系统的应用简单、清晰<sup>[1]</sup>。所以,基于离散系统的辨识方法的研究得到了深入发展。

目前,离散时滞系统的辨识方法分为两类:一类是假设已知系统动态参数,对时滞参数进行辨识;另一类是将时滞参数和系统动态参数分开进行辨识<sup>[4-6]</sup>。以上两类方法都是基于简化问题的考虑,但是在线辨识方法要求对时滞参数和系统动态参数同时进行辨识<sup>[4]</sup>。

线性回归算法广泛的应用在非时滞系统辨识中<sup>[7-9]</sup>。在时滞系统中,由于时滞参数的引入,造成系统参数为非

收稿日期:2015-09

\* 基金项目:北华航天工业学院青年基金(KY-2015-05)、廊坊市科技支撑计划(2015011044)项目资助

线性关系。因此,线性回归算法无法应用在时滞系统辨识中。大量文献中引入了随机梯度算法来解决非线性参数辨识的问题。

本文提出了一种基于辅助模型思想和低通滤波技术的带可变遗忘因子的随机梯度下降法,对时滞参数和系统动态参数进行在线辨识。由于系统信息矩阵中存在未知的变量,无法直接运用随机梯度算法进行求解。为了解决这一问题,运用辅助模型思想,建立辅助模型对系统的无噪声输出进行估计。随机梯度算法的收敛速度和预测精度受遗忘因子的影响较大。为了获得较快的收敛速度和较高的预测精度,引入基于预测误差的可变遗忘因子。当时滞参数较大时,随机梯度算法容易陷入局部最优。为了解决这一问题,引入低通滤波技术,增大时滞参数的收敛域,使得损失函数更容易取得全局最优。

## 2 系统模型及问题阐述

时滞输出误差系统模型如图1所示。

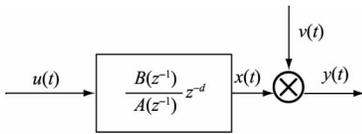


图1 时滞误差输出系统

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(k) + v(k) \quad (1)$$

式中:  $u(k)$ 、 $y(k)$  分别代表系统输入和系统输出,  $v(k)$  代表白噪声,  $d$  代表系统时滞参数,  $x(t)$  是中间变量,代表系统的无噪声输出,  $z^{-1}$  代表后移因子,即  $z^{-1}y(k) = y(k-1)$ ,  $A(z^{-1})$ 、 $B(z^{-1})$  代表两个多项式,具体形式如下:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m} = 1 + \sum_{i=1}^m a_i z^{-i} \quad (2)$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} = \sum_{i=1}^n b_i z^{-i} \quad (3)$$

提出如下假设:

- 1) 系统输入序列  $u(k)$  与噪声  $v(k)$  无关;
- 2) 噪声  $v(k)$  为白噪声,符合均值为零,方差为  $\sigma_v$  的分布;
- 3) 多项式  $A(z^{-1})$ 、 $B(z^{-1})$  互质,并且多项式的阶数  $m$ 、 $n$  已知;
- 4)  $y(k)$  仅与  $u(s)$ 、 $v(s)$  有关,其中  $s \leq k$ 。当  $k \leq 0$  时,  $u(k) = 0$ 、 $y(k) = 0$ 、 $v(k) = 0$ ;
- 5) 系统时滞参数  $d$  为整数。

定义系统的损失函数为:

$$J(k) = e^2(k) \quad (4)$$

式中:  $e(k)$  代表估计误差,  $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ ,  $\hat{y}(k)$  为系统输出估计,  $\hat{y}(k) = y(k)$  在第  $k$  次迭代时的估计值。

这里需要解决的问题是利用系统输入输出数据  $u(k)$ 、 $y(k)$  ( $k = 1, 2, \dots, L$ ) 辨识出系统时滞参数  $d$  和其他系统参数  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, na$ )、 $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, nb$ ), 即求损失函数的最小值<sup>[2,10-12]</sup>。

## 3 基于辅助模型思想和低通滤波技术的带可变遗忘因子的随机梯度下降算法 (AM-LF-VFF-SG)

首先定义如下符号:

$$\theta(k) = [a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_n]^T \quad (5)$$

$$\theta_G(k) = [a_1, a_2, \dots, a_m, b_1, b_2, \dots, b_n, d]^T \quad (6)$$

$$\varphi(k) = [-x(k-1), \dots, -x(k-na), u(k-1-d), \dots, u(k-nb-d)]^T \quad (7)$$

$$\varphi(k) = [\varphi^T(k), -\sum_{i=1}^{nb} b_i z^{-d} \Delta u(k-i)]^T \quad (8)$$

$$\Delta u(k-i) = u_{k-i} - u_{k-i-1} \quad (9)$$

式中:  $\theta(k)$  代表参数矩阵,  $\theta_G(k)$  代表扩展参数矩阵,  $\varphi(k)$  代表信息矩阵,  $\varphi(k)$  代表扩展信息矩阵,  $\hat{\theta}(k)$ 、 $\hat{\theta}_G(k)$ 、 $\hat{\varphi}(k)$ 、 $\hat{\varphi}(k)$  分别代表估计值。因此:

$$x(k) = \varphi^T(k) \theta(k) \quad (10)$$

$$y(k) = x(k) + v(k) \quad (11)$$

$$\hat{y}(k) = \hat{\varphi}^T(k) \hat{\theta}(k) \quad (12)$$

从而,损失函数可以表示为:

$$J(k) = e^2(k) \quad (13)$$

式中:  $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ 。

式(13)中时滞参数和系统动态参数为非线性关系,无法用线性回归算法直接进行求解。这里采用随机梯度下降法对式(13)进行负梯度搜索求解,如下:

$$\hat{\theta}_G(k) = \hat{\theta}_G(k-1) - \frac{\mu(k)}{2} \frac{\partial J(k)}{\partial \hat{\theta}_G(k-1)} \quad (14)$$

式中:  $\mu(k)$  表示步长,  $\frac{\partial J(k)}{\partial \hat{\theta}_G(k-1)}$  项可以表示为:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \hat{\theta}_G(k-1)} = \frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial \hat{\theta}_G(k-1)} e(k) \quad (15)$$

因此,可得:

$$\frac{\partial J(k)}{\partial \hat{\theta}_G(k-1)} = -\hat{\phi}(k)e(k) \quad (16)$$

从而,式(14)可以写成:

$$\hat{\theta}_G(k) = \hat{\theta}_G(k-1) + \mu(k)\hat{\phi}(k)e(k) \quad (17)$$

为了保证  $\hat{\theta}_G$  的收敛性,必须使得  $\hat{\phi}(k)\hat{\phi}^T(k)$  的特征值在单位圆内<sup>[1]</sup>。因此,  $u(k)$  的选择如下:

$$0 < \mu(k) < \frac{2}{\|\hat{\phi}(k)\hat{\phi}^T(k)\|^2} \quad (18)$$

因为向量  $\hat{\phi}(k)$ 、 $\hat{\phi}(k)$  中含有未知变量  $x(k-1)$ ,  $x(k-2)$ , ...,  $x(k-na)$ , 所以无法运用随机梯度下降法对系统参数进行辨识。为了解决这一问题,引入辅助模型辨识理论,建立辅助模型,用辅助模型的输出代替未知变量。辅助模型的选取对于算法的性能有很大影响,一个坏的辅助模型会导致较大的预测误差<sup>[13]</sup>。本文选取如图2所示模型。

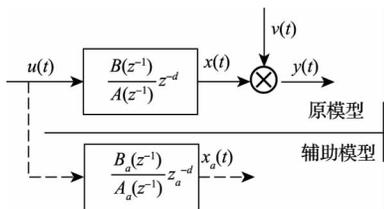


图2 辅助模型

由图2可以看出选取的辅助模型与系统模型具有相同的结构,类似一个状态观测器,对系统内部状态进行观测,通过辅助模型对内部未知变量进行估计,用辅助模型的估计值代替系统无噪声输出。

基于辅助模型思想的随机梯度下降算法(AM-SG)中,求得的时滞参数是一个实数。但是,离散时间模型中,时滞参数是一个整数。这里采用四舍五入方法得到时滞参数的整数解。

考虑下面非线性无约束整数优化问题:

$$(IP) \min \{f(x); x \in Z^n\} \quad (19)$$

(IP) 的连续松弛问题表示如下:

$$(CP) \min \{f(x); x \in R^n\} \quad (20)$$

假设整数问题(IP)的连续松弛问题(CP)的一个解已知。当  $n=1$ ,  $f$  为凸函数时,对连续松弛问题(CP)的解进行四舍五入作为整数优化问题(IP)的解<sup>[14-15]</sup>。损失函数满足这一特性,可以对时滞参数进行四舍五入求整。

基于辅助模型的随机梯度算法收敛速度较慢,引入遗忘因子可以加快算法的收敛速度。但是,固定遗忘因子的算法具有较差的预测精度。为了解决上述问题,本文提出了一种基于预测误差的可变遗忘因子策略。定义如下:

$$\mu(k) = \frac{1}{r(k)} \quad (21)$$

$$r(k) = \lambda r(k-1) + \|\hat{\phi}(k)\|^2, r(0) = 1 \quad (22)$$

$$\lambda = \lambda_{\min} + \frac{1 - \lambda_{\min}}{\exp\left(\sum_{j=0}^M \|e(k-j)\|^2\right)} \quad (23)$$

式中:  $\lambda_{\min}$  代表遗忘因子的最小值,  $M$  表示一个窗口,可以消除误差分布的影响。

可变遗忘因子可以影响梯度下降法的收敛速率、稳定性和跟踪性。当预测误差较大时,较小的遗忘因子可以加快算法的收敛速度,提高算法的跟踪性能;当预测误差较小时,即接近收敛状态时,较大的遗忘因子可以提高算法的精确度<sup>[16]</sup>。因此,选取合适的  $\lambda_{\min}$  和  $M$  很重要。

基于辅助模型思想的带可变遗忘因子的梯度下降法(AM-VFF-SG)在搜索最优时滞参数时,可能存在多个局部最优值,对应的损失函数也存在多个局部最优值。为了解决局部最优的问题,这里引入低通滤波技术。低通滤波技术可以扩大时滞参数的收敛域,进而使得损失函数更容易的获得全局最优<sup>[8]</sup>。传统的低通滤波算法计算量大,耗费时间长。为了减小计算量,这里采用快速傅里叶变换的低通滤波器对系统输入输出数据进行低通滤波,用滤波后的系统输入输出代替原有系统输入输出。

$$L = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq |\omega_L| \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

$$u_f(t) = Lu(t) \quad (25)$$

$$y_f(t) = Ly(t) \quad (26)$$

基于辅助模型思想和低通滤波技术的带有可变遗忘因子的随机梯度下降法(AM-LF-VFF-SG)步骤如下:

1) 初始化,  $x_a = \rho$ ,  $\hat{\theta}_G = \rho \mathbf{1}_{m+nb+1}$ ,  $\lambda_{\min} \in (0, 1)$ ,  $k = 1$ ,  $\rho = 10^{-3}$ ;

2) 构造参数矩阵  $\hat{\phi}(k)$  和扩展参数矩阵  $\hat{\phi}(k)$ ;

$$\hat{\phi}(k) = [-x_a(k-1), \dots, -x_a(k-na), u_f(k-1-\hat{d}), \dots, u_f(k-nb-\hat{d})]^T \quad (27)$$

$$\hat{\phi}(k) = [\hat{\phi}^T(k), -\sum_{i=1}^{nb} b_i z^{-i} \Delta u_f(k-i)]^T \quad (28)$$

$$\Delta u_f(k) = u_f(k) - u_f(k) \quad (29)$$

$$x_a(k) = \hat{\phi}^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (30)$$

3) 根据式(31)~(36),对系统参数进行更新;

$$\hat{\theta}_G(k) = \hat{\theta}_G(k-1) + \mu(k)\hat{\phi}(k)e(k) \quad (31)$$

$$\mu(k) = \frac{1}{r(k)} \quad (32)$$

$$r(k) = \lambda r(k-1) + \|\hat{\phi}(k)\|^2, r(0) = 1 \quad (33)$$

$$\lambda = \lambda_{\min} + \frac{1 - \lambda_{\min}}{\exp\left(\sum_{j=0}^M \|e(k-j)\|^2\right)} \quad (34)$$

$$e(k) = y_f(k) - \hat{\phi}^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (35)$$

$$\hat{d} \in [d_{\min}, d_{\max}] \quad (36)$$

式中:  $u_f$  代表系统输入  $u$  滤波后的系统输入,  $y_f$  代表系统

输出  $y$  滤波后的系统输入。

4) 返回步骤 2), 直到  $k = L$ ,  $L$  为数据长度。

#### 4 仿真验证

为了对算法的预测效果进行评价, 提出评价指标:

$$err = \sqrt{\frac{\|\theta_G - \hat{\theta}_G\|^2}{\|\theta_G\|^2}} \quad (37)$$

利用信噪比对噪声等级进行衡量, 定义如下:

$$NSR = \frac{abs(mean(v))}{abs(mean(Y))} \quad (38)$$

或者用噪信比:

$$SNR = 20 \cdot \log(1/NSR) \quad (39)$$

1) 为了验证低通滤波对于时滞参数收敛域和损失函数最优值的影响, 对损失函数  $J$  与未知参数  $a_2$  和时滞参数  $d$  的关系进行仿真。仿真模型为时滞误差输出模型, 如下:

$$y(k) = \frac{0.3246z + 0.2375}{z^2 - 1.385z + 0.4724} z^{-16} u(k) + v(k) \quad (40)$$

式中:  $[a_1, a_2, b_1, b_2, d] = [-1.385, 0.4724, 0.3246, 0.2375, 16]$ 。

如图 3 所示, 曲面与透明面的交界处, 即当  $a_2 = 0.4724$  时, 时滞参数的收敛域为  $[15, 17]$ , 收敛域较小。

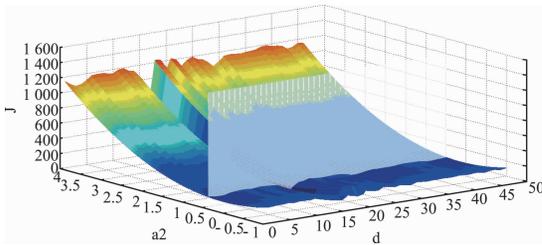


图 3 未引入低通滤波

如图 4 所示, 截止频率为  $\omega_l = 0.5 \text{ rad/s}$  的低通滤波器扩大了算法的收敛域。曲面与透明界面的交界处, 即当  $a_2 = 0.4724$  时, 时滞参数  $d$  的收敛域是  $[11, 21]$ 。同时损失函数  $J$  的峰值也外扩了, 从而算法更容易得到全局最优。

2) 为了验证本文提出算法的有效性, 将本文提出的算法 (AM-LF-VFF-SG) 与基本随机梯度下降法 (SG) 进行仿真对比。系统输入为  $M$  序列, 所加噪声为白噪声,  $\sigma_v = 0.05$ , 信噪比  $SNR = 26.159$ 。仿真模型为时滞误差输出模型, 如下:

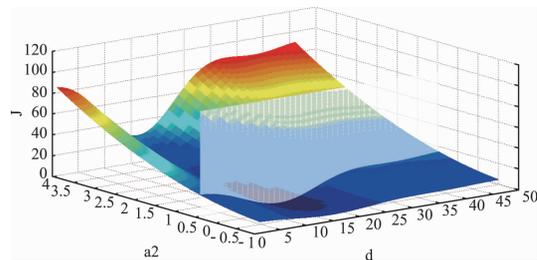


图 4 引入低通滤波

$$y(k) = \frac{0.3246z + 0.2375}{z^2 - 1.385z + 0.4724} z^{-16} u(k) + v(k) \quad (41)$$

式中:  $[a_1, a_2, b_1, b_2, d] = [-1.385, 0.4724, 0.3246, 0.2375, 16]$ 。

由图 5 和表 1、2 可以看出, 本文提出的算法比基本随机梯度下降法的收敛速度快, 预测精度高。可变遗忘因子的引入, 使得算法的收敛速度加快。低通滤波技术的引入, 使得时滞参数的收敛域增大, 对应的损失函数取得全局最优。

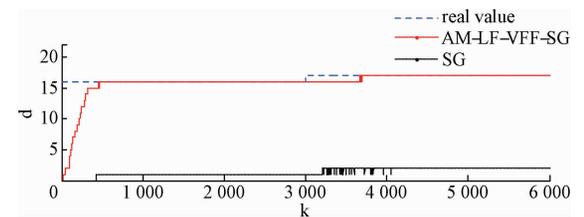
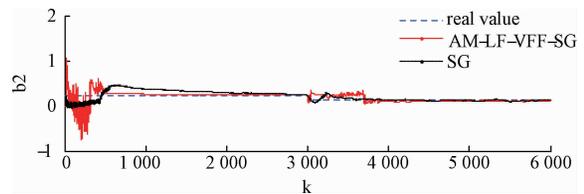
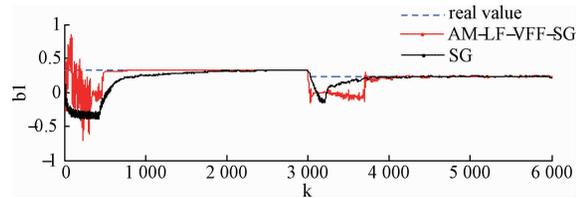
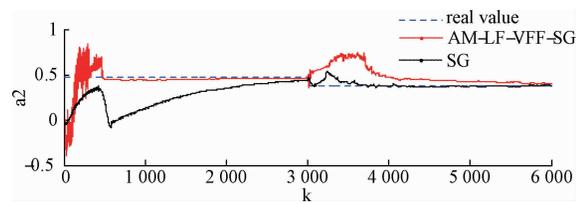
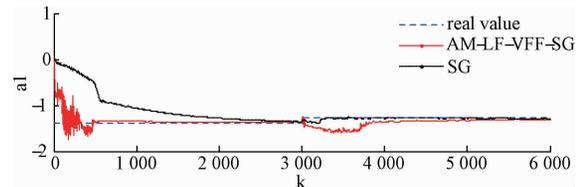
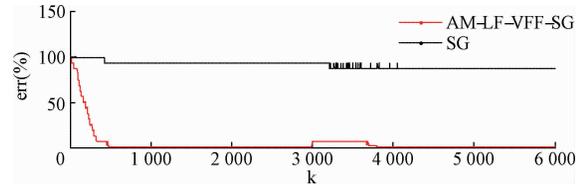


图 5 本文改进算法与随机梯度下降法辨识效果对比

表1 基本随机梯度算法结果

$k$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$d$	$err(\%)$	SNR
50	-0.102 39	-0.04716	-0.20246	0.010 39	0	99.989	26.104
100	-0.145 65	0.056 809	-0.33617	-0.015 68	0	99.982	26.104
200	-0.203 92	0.194 68	-0.320 31	0.015 988	0	99.929	26.104
500	-0.548 02	0.355 14	-0.309 81	0.118 5	0	93.565	26.104
800	-1.026 7	0.347 05	-0.306 09	0.265 89	1	93.444	26.104
1 000	-1.175 9	0.263 4	0.235 99	0.478 87	1	93.363	26.104
2 000	-1.315 5	0.388 31	0.309 68	0.285 29	1	93.334	26.104
3 000	-1.362 2	0.447 84	0.331 78	0.249 15	1	93.331	26.104
4 000	-1.379 1	0.467 69	0.325 56	0.243 05	1	93.331	26.104
5 000	-1.381	0.468 85	0.327 34	0.237 35	1	93.331	26.104
6 000	-1.390 7	0.481 46	0.323 83	0.238 69	1	93.331	26.104

表2 本文改进算法结果

$k$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$d$	$err(\%)$	SNR
50	-0.689 93	-0.143 69	0.483 49	-0.036 3	2	81.117	26.16
100	-0.859 51	0.382 06	-0.288 39	0.129 72	6	56.23	26.16
200	-1.327	0.548 77	-0.089 92	-0.113 86	11	31.299	26.16
500	-1.398	0.561 94	0.289 71	0.292 45	16	0.693 49	26.16

续表

$k$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$d$	$err(\%)$	SNR
800	-1.350 5	0.434 34	0.317 44	0.269 83	16	0.380 39	26.16
1 000	-1.353 2	0.432 48	0.324 98	0.260 63	16	0.348 63	26.16
2 000	-1.363 7	0.448 44	0.322 93	0.250 14	16	0.214 58	26.16
3 000	-1.377 4	0.464 31	0.322 64	0.247 57	16	0.094 087	26.16
4 000	-1.377 5	0.461 5	0.325 78	0.238 59	16	0.082 827	26.16
5 000	-1.383 9	0.465 91	0.325 49	0.236 65	16	0.041 641	26.16
6 000	-1.382 1	0.466 4	0.325 06	0.239 52	16	0.043 324	26.16

3)为了验证本文提出算法对于时变参数的辨识的有效性,对时变参数时滞误差输出模型进行仿真,模型如下:

$$y(k) = \frac{b_1 z + b_2}{z^2 + a_1 z + a_2} z^{-d} u(k) + v(k) \quad (42)$$

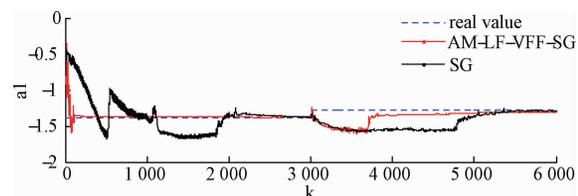
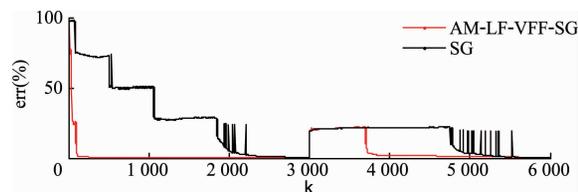
$$\text{式中: } a_1 = \begin{cases} -1.385, k \leq 3\,000 \\ -1.285, k > 3\,000 \end{cases}, a_2 = \begin{cases} 0.472\,4, k \leq 3\,000 \\ 0.372\,4, k > 3\,000 \end{cases},$$

$$b_1 = \begin{cases} 0.324\,6, k \leq 3\,000 \\ 0.232\,4, k > 3\,000 \end{cases}, b_2 = \begin{cases} 0.237\,5, k \leq 3\,000 \\ -123\,7, k > 3\,000 \end{cases},$$

$$d = \begin{cases} 16, k \leq 3\,000 \\ 17, k > 3\,000 \end{cases}.$$

系统输入信号为  $M$  序列,噪声信号为白噪声,当  $k \leq 3\,000$  时,  $\sigma_v = 0.05$  信噪比  $SNR = 25.967$ ; 当  $k > 3\,000$  时,  $\sigma_v = 0.07$ , 信噪比  $SNR = 18.294$ 。由图 6 和表 3、4

可以看出,当时滞参数和噪声增大时,本文提出的算法比基本随机梯度算法的收敛速度快,预测精度高。从而,证明了本文提出算法的有效性。



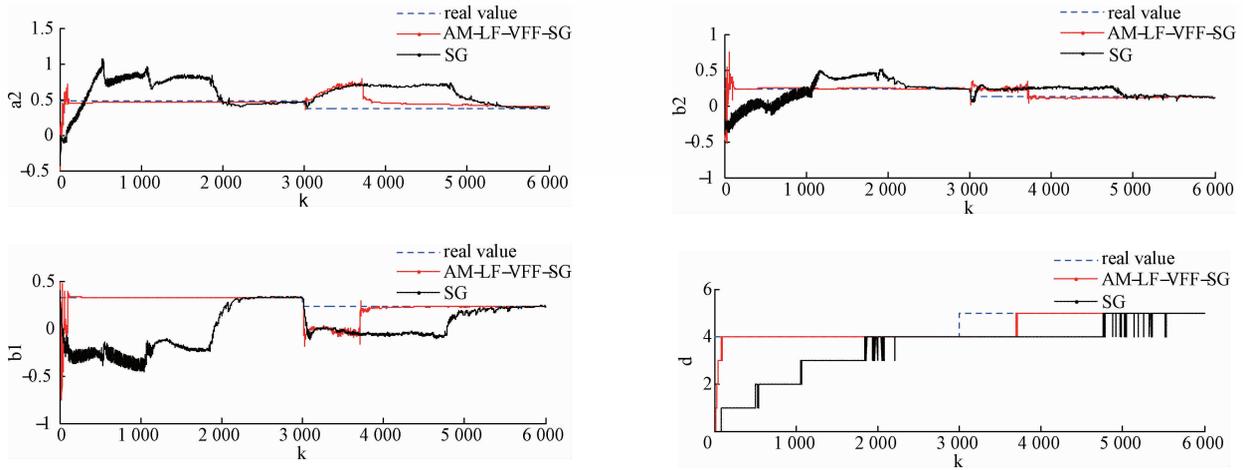


图6 本文改进算法和随机梯度算法辨识效果比较

表3 基本随机梯度算法结果

$k$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$d$	$err(\%)$	SNR
50	-0.089 61	-0.032 22	-0.205 74	-0.001 22	0	99.994	26.187
100	-0.131 09	0.071 392	-0.335 83	-0.023 17	0	99.987	26.187
200	-0.189 51	0.199 96	-0.313 41	0.017 086	0	99.933	26.187
500	-0.546 02	0.226 71	-0.068 8	0.299 29	1	93.522	26.187
800	-0.987 56	0.061 806	0.226 14	0.414 05	1	93.407	26.187
1 000	-1.071 2	0.116 44	0.244 63	0.374 16	1	93.383	26.187
2 000	-1.28	0.348 73	0.317 9	0.293 18	1	93.337	26.187
3 000	-1.360 4	0.442 6	0.321 5	0.250 61	1	93.331	26.187
4 000	-1.289	0.362 52	0.213 61	0.128 14	2	87.953	18.046
5 000	-1.285 5	0.372 29	0.235 57	0.136 75	2	87.953	18.046
6 000	-1.291 9	0.377 48	0.220 82	0.121 91	2	87.953	18.046

表4 本文改进算法结果

$k$	$a_1$	$a_2$	$b_1$	$b_2$	$d$	$err(\%)$	SNR
50	-0.777 87	-0.162 34	0.258 87	-0.003 42	2	87.294	25.965
100	-0.673 93	0.049 558	0.512 94	-0.021 11	3	81.075	25.965
200	-1.171 2	0.771 27	0.182 51	0.027 709	9	43.643	25.965
500	-1.362 9	0.441 83	0.297 42	0.282 58	16	0.402 91	25.965
800	-1.356 7	0.438 12	0.319 33	0.266 7	16	0.332 4	25.965
1 000	-1.353 1	0.440 51	0.324 93	0.259 5	16	0.312 17	25.965
2 000	-1.374 1	0.455 05	0.320 86	0.251 45	16	0.156 04	25.965
3 000	-1.373 3	0.461 03	0.319 63	0.247 5	16	0.122 83	25.965
4 000	-1.361 7	0.472 4	0.205 44	0.110 81	17	0.759 66	18.294
5 000	-1.333 9	0.423 2	0.225	0.109 22	17	0.424 37	18.294
6 000	-1.315 6	0.401 64	0.222 87	0.119 65	17	0.255 7	18.294

## 5 结 论

本文中提出了一种基于辅助模型思想和低通滤波技术的带可变遗忘因子的随机梯度下降法(AM-LF-VFF-SG)。引入与预测误差相关的可变遗忘因子,加快了算法的收敛速度,提高了预测精度。引入低通滤波技术,扩大

了时滞参数的收敛域,使得损失函数的峰值更容易接近全局最优。本文算法还可以引入到连续时间模型的辨识中去。仿真实验证明了本文提出的算法的有效性。

### 参 考 文 献

- [1] BEDOUI S, LTAIEF M, ABDERRAHIM K. New results on discrete-time delay systems identification[J]. Interna-

- tional Journal of Automation & Computing, 2012, 9(6): 570-577.
- [2] TAN A H, CHAM C L. Continuous-time model identification of a cooling system with variable delay[J]. Iet Control Theory & Applications, 2011, 5(7):913-922.
- [3] BEDOUI S, LTAIEF M, ABDERRAHIM K. Gradient based iterative identification for discrete-time delay systems[C]. 9th AsianIEEE Control Conference (ASCC), 2013:1-6.
- [4] CHEN F, GARNIER H, GILSON M. Robust identification of continuous-time models with arbitrary time-delay from irregularly sampled data[J]. Journal of Process Control, 2015(25): 19-27.
- [5] NA J, REN X, XIA Y. Adaptive parameter identification of linear SISO systems with unknown time-delay[J]. Systems & Control Letters, 2014(66): 43-50.
- [6] YANG Z J, IEMURA H, KANAE S, et al. Identification of continuous-time systems with multiple unknown time delays by global nonlinear least-squares and instrumental variable methods[J]. Automatica, 2007, 43(7): 1257-1264.
- [7] 吴朋, 林涛. 基于 QGA-SVM 的铠装热电偶传感器辨识建模研究[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(2): 343-349.
- [8] 赵述龙, 安宏雷, 刘建平, 等. 四旋翼飞行器模型的气动参数辨识[J]. 电子测量与仪器学报, 2013, 27(8): 744-749.
- [9] 李浩男, 王显军. 伺服系统幅频特性测试及传递函数辨识[J]. 电子测量技术, 2013, 36(11):4-6.
- [10] BEDOUI S, LTAIEF M, ABDERRAHIM K. Non-linear approach for the identification of discrete time delay systems[C]. 20th Mediterranean Conference on IEEE Control & Automation (MED), 2012: 36-41.
- [11] BAYSSE A, CARRILLO F J, HABBADI A. Time domain identification of continuous-time systems with time delay using output error method from sampled data[C]. The 18th IFAC World Congress, 2011: 9041-9046.
- [12] BEDOUI S, LTAIEF M, ABDERRAHIM K. Online identification of multivariable discrete time delay systems using a recursive least square algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013(5):532-548.
- [13] 丁锋. 系统辨识(4):辅助模型辨识思想与方法[J]. 南京信息工程大学学报:自然科学版, 2011, 3(4): 289-318.
- [14] HÜBNER R, SCHÖBEL A. When is rounding allowed? A new approach to integer nonlinear optimization[C]. ORP3 MEETING, 2011:1-18.
- [15] BEDOUI S, LTAIEF M, ABDERRAHIM K. Hierarchical gradient based identification of discrete-time delay systems[C]. IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC), 2013:4565-4570.
- [16] WANG J F. A variable forgetting factor RLS adaptive filtering algorithm[C]. 3rd IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2009:1127-1130.

## 作者简介

**杨晓冬**, 1987 年出生, 工学硕士, 助教, 主要研究方向为复杂工业系统的建模、校正和系统辨识。

E-mail: yxd\_hf@163.com

**马光**, 1974 年出生, 工学硕士, 副教授, 主要研究方向为无模型自适应控制。

E-mail: 362047615@qq.com