

一种单输入单输出超高斯振动试验控制方法

王鹏宇 陈怀海

(南京航空航天大学振动工程研究所 南京 210016)

摘要: 振动环境试验的关键是真实地模拟结构在实际工作下的振动环境。传统随机振动试验的频域方法所模拟的是平稳高斯信号,但是实际振动环境往往是超高斯的,且超高斯激励和高斯激励对结构的损害差异很大,因此对超高斯振动环境试验的研究就变得尤为重要。本文根据响应给定的参考功率谱密度和峭度,结合传统的功率谱分解方法和相位调节方法生成超高斯驱动信号。对一根单输入单输出的悬臂梁进行了仿真实验,结果表明,通过本文方法所得到的驱动信号加载在梁上后,其输出响应谱与给定的参考谱之间的误差完全满足工程中 ± 3 dB要求,且峭度与给定的参考值十分接近。最后搭建试验平台,对悬臂梁进行了振动控制试验。试验结果表明响应谱绝大部分被控制在误差带以内,而峭度则满足完全满足参考要求。

关键字: 超高斯;功率谱密度;振动试验控制

中图分类号: TP391.9 TB123 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520.6020

Control method for the SISO super-Gaussian random vibration test

Wang Pengyu Chen Huaihai

(Institute of Vibration Engineering Research, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The key of the vibration testing is to replicate the practical vibration environment of the structure accurately. The traditional random vibration test with frequency domain method aims to generate a stationary and Gaussian vibration environment. But the practical vibration environments are always super-Gaussian, which can cause different damages to the structures compared with Gaussian excitations. Thus, it is significant to study the super-Gaussian test method. In this paper, the phase selection method and the traditional PSD decomposition method are combined to generate super-Gaussian driving signal according to reference power spectrum density and kurtosis. A cantilever beam is used for the simulation and the results indicate that the error between output response spectrum and reference spectrum based on the proposed control algorithm meets the requirement ± 3 dB in engineering and the kurtosis also satisfies the demands. Finally, a test with a cantilever beam is completed and the control results indicate that most output response spectrum lines are controlled within the error band, and the kurtosis meets the reference requirement.

Keywords: super-Gaussian; power spectrum density; vibration test control

1 引言

传统的谱密度再现式随机振动环境试验仅根据所提供的响应参考功率谱密度(PSD)来进行。此时,激励和响应都呈现高斯分布,这一技术被广泛应用^[1-2]。但是真实的环境激励常常不是正态分布的,比如风载^[3]、崎岖的路面载荷^[4]等。根据随机振动理论可知,PSD仅限定了信号的二阶矩,而峭度是信号的四阶累积量^[5],不同峭度的随机信号可能具有相同的PSD。一个信号的峭度大于正态分布信号

峭度时,称其为超高斯信号。在PSD相同的情况下,超高斯信号必然比高斯信号对结构造成更大的损伤^[6]。因此,装备在实验室高斯振动环境试验下所得结果往往与外场的实际使用结果有很大差异。所以,在振动环境试验中,除了对装备外场实测响应的功率谱密度(PSD)进行复现外,还应该对实测响应的峭度(kurtosis)也同时复现。

国内外学者对超高斯随机信号的生成方法已有一些研究。SMALLWOOD D O^[7]利用零记忆非线性(zero memory nonlinear)函数对高斯随机信号进行非线性变换

得到超高斯随机信号,但是该方法容易破坏参考谱。STEINWOLF^[8]提出一种相位调节法生成具有指定峭度的非高斯信号。由于该法不改变频率分量的幅值,因此保证了 PSD 不变,从而实现了 PSD 和峭度的独立控制。国内蒋瑜^[9]提出一种基于幅值调制和相位重构的非高斯随机振动信号数值模拟方法。李锦华等^[10]基于 Johnson 转换系统和数字滤波理论,提出一种能生成指定峭度的非高斯功率谱脉动风压的方法。但是上述方法仅仅生成了满足峭度要求的超高斯信号,并没有通过振动试验验证响应的超高斯特性。

本文通过 MATLAB 进行了振动控制试验的仿真验证并且通过搭建悬臂梁振动试验平台,进行了单输入单输出(SISO)的 PSD 控制和峭度同时控制研究。

2 高斯驱动信号生成

考虑输入数与输出数相等的方阵情形。假设试验系统中有 m 路激励信号,和 m 路响应信号,用 \mathbf{d} 表示驱动信号向量,响应谱矩阵用 \mathbf{S}_{yy} 表示,驱动谱矩阵用 \mathbf{S}_{dd} 表示^[11],根据振动理论可得:

$$\mathbf{S}_{yy} = \mathbf{G}\mathbf{S}_{dd}\mathbf{G}^H = \mathbf{R} \quad (1)$$

式中: \mathbf{G} 是试验系统的频响函数,上标 H 表示共轭转置, \mathbf{R} 是参考谱矩阵,代表试验中指定要复现的 PSD,可包含自谱和互谱。

由式(1)解得:

$$\mathbf{S}_{dd} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{G}^{-H} \quad (2)$$

记 $\mathbf{W} = \mathbf{G}^{-1}$,称系统补偿矩阵,带入式(2)可得

$$\mathbf{S}_{dd} = \mathbf{W}\mathbf{R}\mathbf{W}^H \quad (3)$$

对式(3)中 \mathbf{S}_{dd} 和 \mathbf{R} 分别做 Cholesky 分解,得到 \mathbf{D}_a 和 \mathbf{L} ,它们分别满足:

$$\mathbf{R} = \mathbf{L}\mathbf{L}^H \quad (4)$$

$$\mathbf{S}_{dd} = \mathbf{D}_a\mathbf{D}_a^H$$

式中: \mathbf{L} 是对角元素为正实数的下三角复数矩阵。根据 Cholesky 分解的唯一性,得到驱动信号频谱矩阵 \mathbf{D}_a 的计算公式:

$$\mathbf{D}_a = \mathbf{W}\mathbf{L} \quad (5)$$

以上根据参考谱 \mathbf{R} 所得的驱动频谱 \mathbf{D}_a 仅包含幅值信息,缺少必要的相位信息,因此需要人为补充相位。这里定义补充的随机相位矩阵 \mathbf{P} 为:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{j\theta_m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: j 是虚数单位, $\theta_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 是在 $[-\pi, \pi]$ 区间均匀分布的随机数。将 \mathbf{P} 带入式(5)可得完整的驱动频谱

$$\mathbf{D}_d = \mathbf{D}_a\mathbf{P} = \mathbf{W}\mathbf{L}\mathbf{P} \quad (7)$$

运用傅里叶逆变换可将驱动频谱 \mathbf{D}_d 转换成时域伪随机驱动信号:

$$\mathbf{d} = \text{IFFT}(\mathbf{D}_d) \quad (8)$$

对该伪随机驱动信号进行时域随机化处理后可得到真随机信号,再用于驱动试验。

3 相位调节法生成超高斯信号

3.1 超高斯信号定义

通常概率密度分布为非正态分布的随机信号统称为非高斯信号,在工程中采用峭度来描述。本文采用如下峭度定义:

$$K = \frac{E[X - E(X)]^4}{\{E[X - E(X)]^2\}^2} - 3 \quad (9)$$

在该定义下,高斯随机过程峭度等于零,而超高斯随机过程的峭度大于零。

对于零均值随机信号 $E(X) = 0$,则峭度的表达式可简化为:

$$K = \frac{E[X^4]}{\{E[X^2]\}^2} - 3 = \frac{M_4}{(M_2)^2} - 3 \quad (10)$$

式中: M_2 和 M_4 分别是随机信号 X 的二阶中心距和四阶中心距。本文主要考虑零均值情形。

3.2 相位调节法

因为任何平稳随机过程的 PSD 都仅由其傅氏频谱的幅值来决定,不包含相位信息,所以对均匀分布的相位角再进行调整不会改变其 PSD。这样就可以实现随机过程的 PSD 模拟和峭度模拟的相互独立。假设频域信号 J 有 N 根谱线,则其 2 阶矩和 4 阶矩分别为:

$$M_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N J_n^2 \quad (11)$$

$$M_4 = 0.375 \sum_{n=1}^N J_n^4 + 0.5 \sum_{i=3j} J_i J_j J_j^3 \cos(\theta_i - 3\theta_j) \cdot \\ 1.5 \sum_N J_i J_j J_j^2 J_k \cos(\theta_i + 2\theta_j - \theta_k) + \\ 1.5 \sum_N J_i J_j J_k^2 \cos(\theta_i + \theta_j - 2\theta_k) + \\ 3 \sum_N J_i J_j J_k J_n \cos(\theta_i + \theta_j - \theta_k - \theta_n) + \\ 3 \sum_N J_i J_j J_k J_n \cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k - \theta_n) \quad (12)$$

由于 M_2 和相位无关,只有调节 M_4 中和相位相关的项才能改变峭度的值。以第 3 项 $1.5 \sum_N J_i J_j^2 J_k \cos(\theta_i + 2\theta_j - \theta_k)$ 为例,如果相位 θ 均匀分布在 $[-\pi, \pi]$,那么 \cos 函数值将均匀分布在 $[-1, 1]$ 之间。这些随机值就会相互补偿,使得它们的总和趋近于 0。当相位下标满足 $k = i + 2j$ 时调节相位 $\theta_k = \theta_i + 2\theta_j$,就会使得 \cos 函数值恒等于 1,那么当调节的相位足够多,峭度逐渐大于 0,最终可逼近所需的目标峭度。

4 振动试验仿真

如图 1 所示,取试验所用悬臂梁^[11]系统作为仿真研究对象。悬臂梁的长(l)、宽(b)、高(h)分别为 0.81 m,

0.04 m, 0.016 m, 质量密度为 $2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 弹性模量为 71 Gpa。采用 4 自由度平面梁单元对该梁进行离散。在第 3 自由度上施加激励, 并且控制点也为第 3 自由度上的加速度响应。

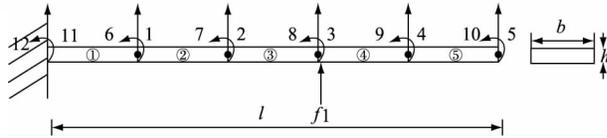
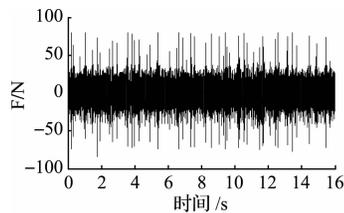


图 1 悬臂梁模型

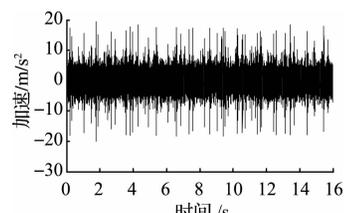
假设控制点的加速度响应参考谱值和峭度值如表 1 中所示, 对应的 PSD 谱型如图 3 中的粗实线所示。参考谱为梯形谱是因为高频分量从振源经传递路线很快地衰减频率越高衰减越快。而低频部分则是由于设备能力所限不允许量级太高。

表 1 响应信号自由度 3 参考谱值和峭度值

频率/Hz	G 谱密度/(g^2/Hz)	峭度
20	1×10^{-3}	3
100	1×10^{-1}	
1 000	1×10^{-1}	
2 000	1×10^{-2}	



(a) 真随机驱动信号



(b) 响应信号

图 2 振动随机信号

自谱密度曲线经过 3 次循环修正就完全贴合在参考谱线上, 并且不超过误差带。

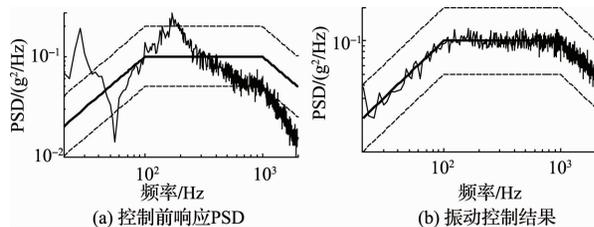


图 3 随机响应 PSD

如图 4 所示, 峭度值经过 4 次循环修正, 最终响应的峭度值逼近于 3。

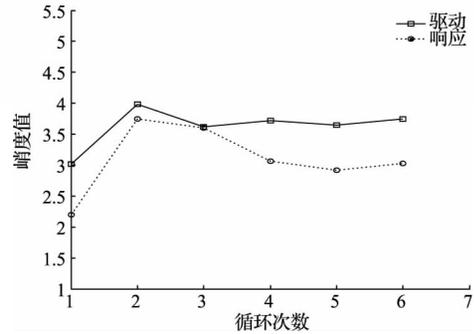


图 4 峭度循环修正

5 悬臂梁振动控制试验

试验选用与仿真相同物理参数的悬臂梁。试验设备和试验现场如图 5 所示。试验所需设备: Keysight (原 Agilent) VXI^[12] 一台, 电脑一台, HEAS-2 功率放大器一台, HEV-50 激振器一台 (激振力 50 N, 振幅 $\pm 5 \text{ mm}$), PCB 333B32 加速度传感器一个。



图 5 超高斯随机振动试验现场

以加速度谱作为控制目标分析频段为 20~2 000 Hz, 不同频段交越频率节点为 100 Hz 和 1 000 Hz。响应点设置: 20~100 Hz 的斜率为 3 dB/oct, 20~1 000 Hz 为平谱, 幅值为 $10^{-6} \text{ g}^2/\text{Hz}$, 1 000~2 000 Hz 的斜率为 -3 dB/oct。设置误差线 $\pm 3 \text{ dB}$, 停车线 $\pm 6 \text{ dB}$, 谱线数 800。参考谱幅值的设定是由试验所用激振器的最大激振力所决定的, 而谱线数的设置既要保证分辨率, 又要保证采样时间以及相位调节个数的要求。试验测得频响函数如图 6 所示。悬臂梁前五阶固有频率如表 2 所示。

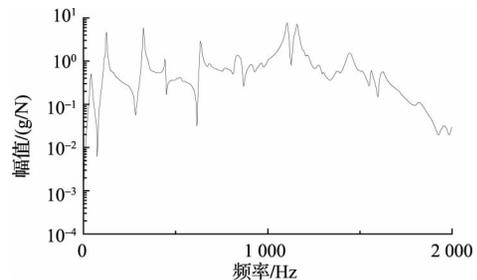


图 6 悬臂梁频响函数幅频

表 2 悬臂梁前五阶固有频率

固有频率	1	2	3	4	5
数值解/Hz	20.1	125.7	351.0	693.2	1 157
实验解/Hz	20.1	126.2	352.6	695.36	1 159

采用比例均方根法^[2]控制前后得到的随机响应谱如图 7 所示。

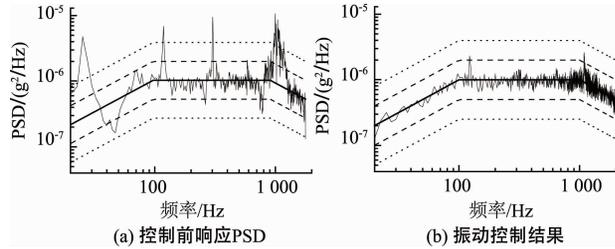


图 7 随机响应 PSD

在进行随机控制之后,随机响应有了很大程度的改善,超标谱线明显减少。响应点在 125 Hz 和 1 150 Hz 处的功率谱值仍有超标,这是因为两个频率在悬臂梁的第二阶和第五阶固有频率附近,但其他频率处已经完全在 ±3 dB 以内。如图 8 所示,响应信号经过多次峭度修正具有了良好的超高斯特性,其峭度为 3.03,满足参考峭度要求。

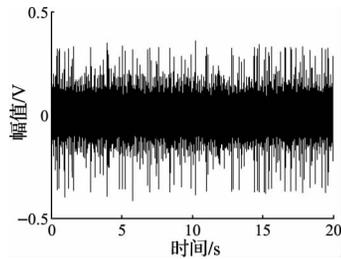


图 8 响应信号

6 结 论

针对传统随机振动试验仅考虑响应 PSD 控制的不足,本文通过功率谱分解法和相位调节法同时实现了 PSD 和峭度的控制。仿真和试验都表明本文所述方法可以使得输出响应谱基本被控制在参考谱 ±3 dB 的误差带范围内,而且响应峭度的控制也达到很高的控制精度。本文的研究课题为振动强化试验提供了一定的参考。

参 考 文 献

- [1] SMALLWOOD D O, CORPORATION H P. Multiple-Input multiple-output (MIMO) linear systems extreme inputs/outputs [J]. Shock and Vibration, 2007, 14(2): 107-131.
- [2] 贺旭东,陈怀海,申凡,等. 双振动台随机振动综合控制研究[J]. 振动工程学报, 2006, 19(2): 145-149.
- [3] LI J, LI C. Simulation of non-Gaussian stochastic process with target power spectral density and lower-order moments [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2011, 138(5): 391-404.
- [4] ROUILLARD V, SEK M. Creating transport vibration simulation profiles from vehicle and road characteristics [J]. Packaging Technology and Science, 2013, 26(2): 82-95.
- [5] 左超华,张洁,高宏力,等. 一种欠定混合情形下的信源数目盲估计方法[J]. 电子测量技术, 2015, 38(6): 113-117.
- [6] 蒋培. 全轴随机振动环境的疲劳强化机理研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2003.
- [7] SMALLWOOD D O. Generating non-Gaussian vibration for testing purposes [J]. Sound and Vibration, 2005, 39(10): 18-23.
- [8] STEINWOLF A. Random vibration testing with kurtosis control by IFFT phase manipulation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012(28): 561-573.
- [9] 蒋瑜,陶俊勇,王得志,等. 一种新的非高斯随机振动数值模拟方法[J]. 振动与冲击, 2012, 31(19): 169-173.
- [10] 李锦华,李春祥,申建红. 非高斯脉动风压的模拟研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(9): 5-8.
- [11] 王平,刘家燕,李永刚,等. 机载光电平台外框架结构优化设计[J]. 电子测量与仪器学报, 2015, 29(1): 84-91.
- [12] 孙英侠,李亚利,彭伟杰. 通用射频测试系统开发与研制[J]. 电子测量技术, 2014, 37(9): 5-10.

作 者 简 介

王鹏宇, 1991 年出生, 硕士研究生, 主要研究方向为振动试验与控制。

陈怀海, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为振动试验控制系统、结构动力学。

E-mail: chhnuaa@nuaa.edu.cn