

# 基于 MATLAB 的有限元模型评估程序设计\*

余好文 王 轲

(南京航空航天大学振动工程研究所机械结构力学及控制国家重点实验室 南京 210016)

**摘 要:**针对工程中通常采用模态置信度准则来评估有限元模型的准确性;缺少从整体上评估有限元模型参数;并且缺少能快速进行定性评价以及人性化界面的计算程序等问题,通过将计算频率和振型与试验结果对比,建立不同的权重系数,根据模糊评估理论提出一种综合评估有限元模型的方法,并设计出了以 MATLAB 编程为核心、并调用 Nastran 有限元软件的模型评估计算程序,该程序可利用 MATLAB 和 Nastran 的强大计算能力,进行一系列如模态计算、矩阵提取、自由度匹配、模型评估等工作。该程序操作简单,结果可靠,可用于及时获取结构有限元模型的信息,并且能进行有限元模型的综合评估工作。

**关键词:** MATLAB 与 Nastran;自由度匹配;模型评估;程序设计

**中图分类号:** TP311.5 TN06 **文献标识码:**A **国家标准学科分类代码:** 520.40

## Finiteelement model evaluation program design based on MATLAB

Yu Haowen Wang Ke

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures Institute of Vibration Engineering,  
Nanjing University of Aeronautic and Astronautic, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In this paper, by compared with the frequency and vibration mode with test results, set up different weight coefficient, a finite element model of a comprehensive evaluation method have been proposed. With this method, designed the dynamic programming based on MATLAB programming, and call the finite element software of Nastran, The program can use the powerful computing capacity of MATLAB and Nstran, a series of work can be do, such as matrix extract, freedom match and model evaluation. The procedure is simple and reliable results, it can be used to obtain the finite element model structure information, and can be quickly applied to engineering practice.

**Keywords:** MATLAB and Nastran; freedom matching methods; model evaluation; program design

### 1 引 言

随着有限元建模的发展,如何建立准确的有限元模型是当今研究的重点。评价一个有限元模型主要是借助实验数据与有限元分析结果进行对比,其中就涉及到自由度匹配和模型评估的问题<sup>[1]</sup>。快速获取结构的有限元信息,例如刚度矩阵、质量矩阵,将极大提高评估一个有限元模型的效率,并且能快速进行接下来的有限元模型修正和结构优化设计工作<sup>[2]</sup>。

工程中所使用的评估手段主要有 MAC 模态置信度准则和频率评估,不同的评估手段差别也比较大,并且工

程中最常见的问题是不同模型中各阶模态的相关性有理想的、也有较差的,很难从整体上评估有限元模型的好与坏,或者没有一个独立的参数来衡量有限元模型,从而选出最优的有限元模型。并且在进行评估工作时,往往缺少人性化的使用界面供技术人员使用,或者程序适用的评估模型比较有限。

针对上述评估效率有待提高、评估参数较多以及缺少人性化使用界面等问题,本研究根据一种综合评估方法,设计出并实现了一种能进行模型定性评估的计算程序<sup>[3]</sup>,该程序不仅包含传统评估方式,并且依据传统评估结果进行模型的综合评估。

收稿日期:2016-07

\* 基金项目:航空科学基金(20141552014)项目资助

## 2 有限元模型评估方法

### 2.1 自由度匹配

一般在有限元建模的过程中,为实现建模的准确性与可靠性,要求将有限元动特性计算结果与试验结果进行比较,或者模型已经存在解析值,在振动测试分析结束后,也需要将试验结果与解析值进行对比,即有限元分析结果与实验结果进行相关性分析。由于有限元建模的特点与结构动力学测试的实际条件限制等原因,有限元模型中的节点数目远远大于实际模型测量点的数目,即存在研究对象自由度数目不等的情况。这时就需要进行自由度匹配,已确保实现计算模型与测试模型的自由度数目一致。

利用 Kammer 模态缩减法可实现有限元模型的缩减,通过提取主自由度(即测量自由度) $\Phi_a$ 和副自由度 $\Phi_b$ ,利用坐标变换得到转换矩阵:

$$T_D = \begin{bmatrix} I \\ \Phi_a(\Phi_a^T \Phi_a)^{-1} \Phi_a^T \end{bmatrix} \quad (1)$$

缩减后的质量和刚度矩阵变为:

$$M_D = T_D^T M T_D, K_D = T_D^T K T_D \quad (2)$$

### 2.2 频率评估

试验测得的频率与有限元模型计算频率的相对误差可表示为:

$$\omega_T \% = |\omega_A - \omega_T| / \omega_T (\%) \quad (3)$$

式中: $\omega_T$ 是测量频率, $\omega_A$ 是计算频率。

### 2.3 模态置信度判据(MAC)

模态置信度准则是用来判断两个振型的相关性程度,其计算公式如下:

$$MAC_{ij} = \frac{[\Phi_{iA}^T \Phi_{jT}]^2}{[\Phi_{iA}^T \Phi_{iA}] \times [\Phi_{jT}^T \Phi_{jT}]} \quad (4)$$

式中: $\Phi_{iA}$ 为计算得到的模态振型, $\Phi_{jT}$ 为试验得到的模态振型,如果 $MAC_{ij}$ 为0或者接近于0,则说明第*i*阶计算得到的振型与第*j*阶试验得到的振型无关,不是同一阶模态,如果 $MAC_{ij}$ 为1或者接近于1,则说明第*i*阶计算得到的振型与第*j*阶试验得到的振型具有较高的相关度,属于同一阶模态。

### 2.4 综合评估

根据频率和振型两个影响因素可分为两个阶段的评

估,第一阶段为频率和振型的单独评估,第二阶段为两个影响因素的综合评估,并得出一个综合的评估值。

第一阶段评估,由于各阶模态的影响是不相等的,可根据关注测量点固有频率处幅值大小确定频率影响因素权重系数集 $A_2^i(1 \times m)$ ,其中*m*为评估的模态数。可根据振型分量值构成一个振型影响因素权重集 $A_1^i(1 \times m)$ ,利用之前计算的MAC,可求得权重系数:

$$\|MAC\| = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m MAC_{ij}$$

$$\|MAC_k\| = \sum_{i=1}^m MAC_{ik} \quad (k=1,2,\dots,m) \quad (5)$$

$$A_k^i = \|MAC_k\| / \|MAC\| \quad (k=1,2,\dots,m)$$

引入模糊评估理论,将评判标准设为5个等级,利用梯形隶属函数,根据同一阶模态的振型相关系数和频率相对误差,确定振型类模糊关系矩阵 $R_1(m \times 5)$ 和频率类模糊关系矩阵 $R_2(m \times 5)$ ,则第一阶段评估结果为:

$$B^i = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^i \times R_1 \\ A_2^i \times R_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

第二阶段评估,综合第一阶段振型评估和频率评估结果,认为频率和振型具有相同的权重系数,取权重系数 $A''=[1,1]$ ,量化等级参数 $C=[1,2,3,4,5]^T$ ,则最终评估结果为:

$$B'' = A'' B^i$$

$$P = B'' C \quad (7)$$

式中:*P*值范围为0~10,*P*值越接近于10表示综合评价越高,模型最好。

## 3 程序设计

本研究根据MAC评估和频率评估结果,依据模糊评估<sup>[4]</sup>理论提出了一种综合评估有限元模型的方法,将计算的振型和频率与试验结果进行对比,以此取不同的权重系数,用一个0~10的值来衡量有限元模型的相关性。并以该方法为核心,将MATLAB编程和Nastran的有限元计算能力结合起来<sup>[5]</sup>,设计一套能够从提取矩阵到模型评估的计算程序,利用该程序,可以方便对限元模型进行综合评估和优化工作<sup>[6]</sup>,程序运行界面可采用LabVIEW编程<sup>[7-8]</sup>设计,其整个计算流程如图1所示。

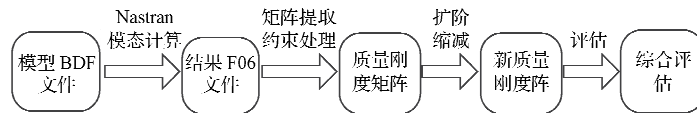


图1 程序计算流程

根据上述计算流程,在进行程序设计时,应包含质量和刚度矩阵的生成、提取矩阵、自由度匹配以及模型评估等主要模块,每一个模块的设计工作如下。

为获得有限元模型的质量阵和刚度阵,需要利用MATLAB调用有限元模型的BDF文件并进行修改,添加

相关语句,使得Nastran计算后将质量和刚度矩阵输出到结果文件F06文件当中,以便于进行接下来的矩阵提取工作。

利用MATLAB编程提取F06文件当中的信息,程序依据F06文件中的关键词获取质量阵和刚度阵信息,先提

取质量和刚度矩阵,后进行约束处理,约束处理方式:提取模型中的约束信息,将刚度矩阵中约束自由度上的值置为最大值的 10 000 倍,质量矩阵中约束自由度上的值置为最小值的 1/10 000 倍,由此实现约束的处理。

根据 Kammer 模态缩减理论和上述的模型评估方法, MATLAB 编程实现模型的缩聚和评估工作。

此外,整个程序的运行界面设计利用 LabVIEW<sup>[9-10]</sup> 完成,本文不再赘述。工作界面如图 2 所示,其主要包含模态计算和模型评估两个主要模块,模态计算模块主要用于生成含质量和刚度矩阵的文件,模型评估又包含矩阵提取、自由度匹配和模型评估模块。

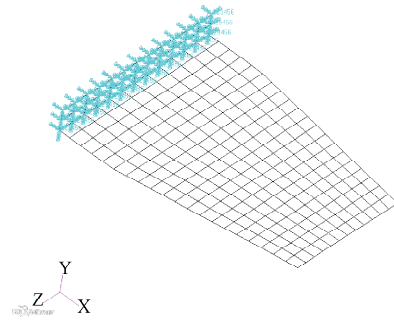


图 4 某小翼有限元模型



图 2 程序运行界面

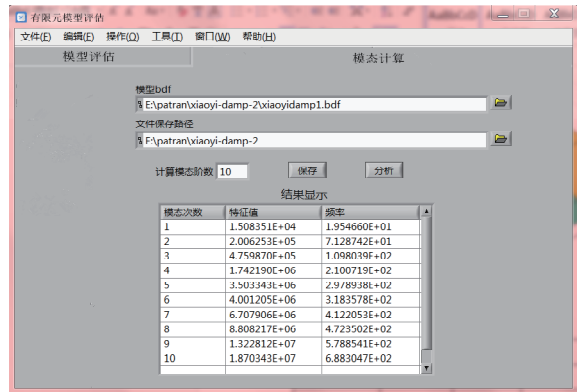


图 5 模态计算与结果

#### 4 程序算例

某小翼结构如图,其左侧面固支,试验共有 24 个测量点,具体如图 3 中标注的测量点所示,而有限元模型节点数远大于测量点数目,为实现模型评估工作,首先得完成自由度的匹配,现利用所设计的程序实现模型的缩减和评估工作。该小翼结构有限元模型如图 4 所示。

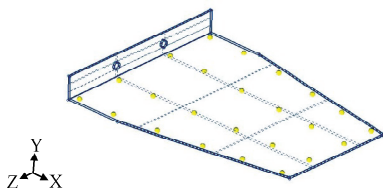
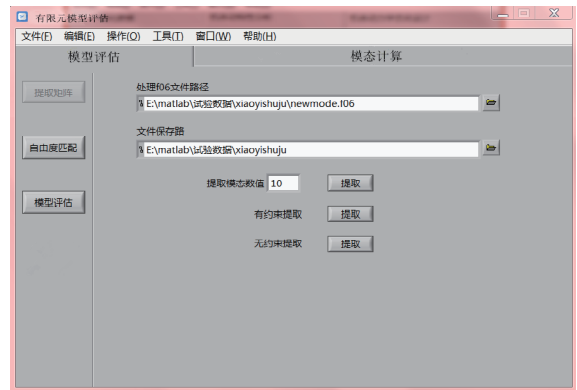


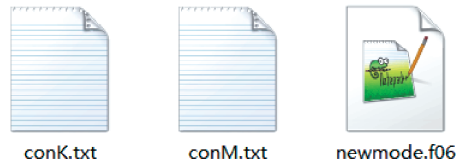
图 3 某小翼试验测量点

利用程序模态计算功能计算前 10 阶模态,此模块的主要功能是修改模型 BDF 文件并调用 Nastran 进行计算,生成含有质量和刚度矩阵的 F06 文件。模态计算结果如图 5 所示。

利用矩阵提取模块功能进行有约束矩阵提取,即提取原始质量阵和刚度阵并进行约束处理,输出含有质量矩阵和刚度矩阵的文档,如图 6 所示。



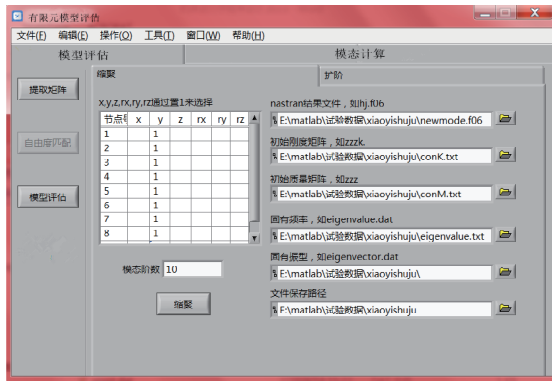
(a) 矩阵提取



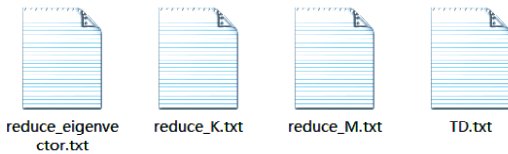
(b) 质量刚度矩阵

图 6 有约束提取与生成的质量刚度阵

将实验测量点的  $y$  方向作为主自由度(即保留的自由度),其他为副自由度,利用模态缩减法进行缩减处理。在程序中输入主自由度的节点号,并在相关自由度上置1,缩减模态数目为10,如图7所示。



(a) 缩减



(b) 缩减后质量与刚度矩阵

图7 模态缩减与缩减后得到的矩阵

模型缩减完成后,利用MAC评估模块进行振型相关性分析,使用频率评估模块计算频率相对误差,如图8所示。

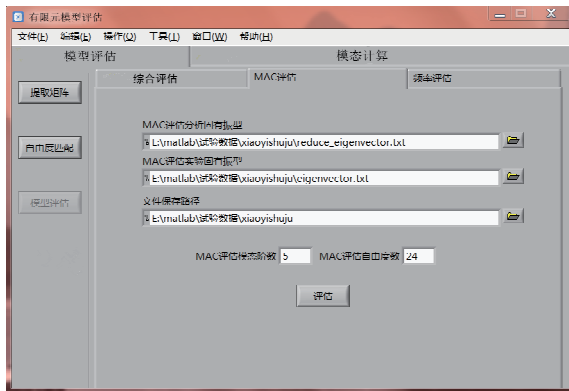


图8 MAC评估

运行MAC评估和频率评估程序,可直接得到如表1、图9、表2 MAC矩阵和直方图评估结果。

表1 MAC矩阵

模态	1	2	3	4	5
1	0.989 3	0.000 5	0.056 0	0.000 2	0.000 3
2	0.000 2	0.968 4	0.001 5	0.007 5	0.003 5
3	0.105 0	0.000 3	0.983 7	0.000 3	0.039 4
4	0.003 2	0.249 0	0.002 9	0.586 3	0.002 0
5	0.158 7	0.000 8	0.215 2	0.013 2	0.751 1

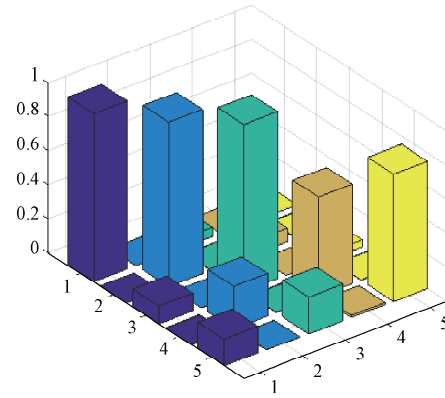


图9 MAC直方图

表2 频率误差

模态	1	2	3	4	5
试验值/Hz	17.04	81.09	97.15	206.85	260.93
计算值/Hz	19.54	71.28	109.80	210.07	297.89
误差(%)	14.67	12.10	13.02	1.56	14.16

从表2中可以看出,第四阶频率误差较低,其他阶频率误差较大。但从图9可以看出,第四阶振型相关性较差,其他各阶振型相关性高,因此,难以综合衡量该模型的好坏,现利用综合评估模块评价该模型,计算结果为6.99,程序评估过程如下:

根据MAC评估结果,得到振型权重系数  $A_1^T = [0.24, 0.23, 0.23, 0.13, 0.16]$ ,由图10可知,前三阶振型相关性较好,因此权重系数较大。根据频响固有频率幅值  $a = [2.73, 1.61, 1.36, 1.33, 0.05]$ ,可得到频率权重系数  $A_2^T = [0.39, 0.23, 0.19, 0.18, 0.01]$ ,前两阶模态对整个响应贡献较大,权重系数较大。

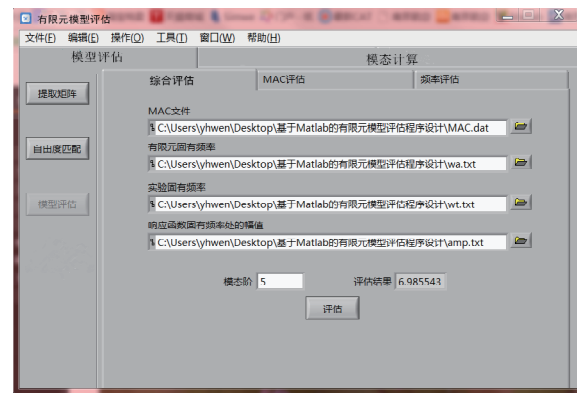


图10 综合评估

振型类影响因素隶属函数取值区间为:

$$a = [0.6, 0.625, 0.75, 0.775, 0.85, 0.875, 0.95, 0.995]$$

频率类影响因素隶属函数取值区间为:

$$\mathbf{b}=[0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.95, 0.96, 0.99, 0.995]$$

根据同一阶模态振型相关系数确定振型类模糊关系矩阵  $\mathbf{R}_1$  ( $5 \times 5$ ):

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.1258 & \\ 0 & 0 & 0 & 0.5909 & 0.8742 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2509 & 0.4091 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0.7491 \\ 0 & 0.9547 & 0.0453 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由  $\mathbf{R}_1$  可知,前三阶振型均落在较好的区间,第四阶在较差的区间,第五阶处于中等水平,与实际情况相符。

根据频率相关性确定频率类模糊关系矩阵  $\mathbf{R}_2$  ( $5 \times 5$ ):

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由  $\mathbf{R}_2$  可知,第四阶频率处在较好区间,其他均在一般区间,与实际情况相符。

第一阶段振型评判结果为:

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{A}_1^T \mathbf{R}_1 = [0.1304, 0.1459, 0.0069, 0.2292, 0.4876]$$

第一阶段频率评判结果为:

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{A}_2^T \mathbf{R}_2 = [0, 0, 0.8121, 0.1879, 0]$$

取权重系数  $\mathbf{A}'' = [1, 1]$ ,量化等级参数  $\mathbf{C} = [1, 2, 3, 4, 5]^T$ ,则最终评价结果为:

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}'' \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{C} = 6.9855$$

该评价方式综合衡量了振型及频率的相关性,得到的结果能够全方面定性评价一个有限元模型,此外,不同的模型可以依据此结果进行对比,从中选出最优的模型。

## 5 结 论

本研究从基本理论出发,提出了一种综合评估有限元模型的方法,并且利用该方法,使用 MATLAB 和 Nastran 软件设计出了一套能够快速获取结构有限元模型信息并且能够进行有限元模型定性评价的程序。

该程序不仅能进行传统的频率和振型评估,并且能综

合上述两种评价结果,得到有限元模型的定性评价,使得在工程实际中能够及时对有限元模型进行评估与修正,提高了模型评估与修正的效率。

本程序可主要应用于航空航天领域结构的评估工作,尤其是当结构比较复杂,传统的频率和振型评估结果难以整体上把握模型好坏时,本程序可以应用于该类复杂结构的评估工作。

## 参 考 文 献

- [1] 李伟明. 有限元模型修正方法及自由度匹配迭代技术研究[D]. 上海:上海交通大学,2011.
- [2] 张景,张方,姜金辉,等. 梁结构上动载荷位置识别的快速算法[J]. 国外电子测量技术,2016,35(3):42-46.
- [3] 刘凡,张方. 基于 LabVIEW 的二维动载荷识别系统[J]. 电子测量技术,2008,31(12):82-85.
- [4] 张安平,王轲. 动力学有限元模型的模糊评估[J]. 南京航空航天大学学报,2006(3):367-372.
- [5] 徐荣桥. 结构分析的有限元法与 MATLAB 程序设计[M]. 北京:人民交通出版社,2006.
- [6] 何勇,夏利娟. 一种基于 MATLAB 和 Nastran 的船体结构优化程序研究[J]. 船舶工程,2011(增刊2):132-134,167.
- [7] 袁培铎. 基于 LabVIEW 与 MATLAB 混合编程的应用研究[J]. 机械制造与自动化,2007(6):129-131,153.
- [8] 梁忠仔,姜金辉,张哲. 基于 LabVIEW、MATLAB、Nastran 混合编程的软件快速开发[J]. 中国科技论文,2016(5):508-512.
- [9] 姚世锋,薛德庆,张彦斌,等. LabVIEW 与 MATLAB 的混合编程[J]. 兵工自动化,2005(6):111-112.
- [10] 徐何,李滔,李勇. MATLAB 与 LabVIEW 混合编程方法应用研究[J]. 科学技术与工程,2010(33):8267-8271.

## 作 者 简 介

余好文,1993年出生,硕士研究生,主要研究方向为模型修正。

E-mail:yhwen1002@nuaa.edu.cn