## 基于 AQSSE 方法的结构刚度系数识别仿真研究

赵林成

(中国航空工业空气动力研究院 沈阳 110034)

摘 要:结构损伤识别是结构健康监测的一个重要项目。近年来,基于结构振动实测数据的系统辨识和损伤识别技术得到了广泛深入的研究。通常情况下,结构损伤可以透过结构物理参数的改变来预知,比如刚度的骤变。采用自适应二次误差平方和(adaptive quadratic sum-squares error, AQSSE)方法识别结构参数的变化并由此判断结构的损伤。在该方法中,运动状态方程被视为一种约束并用来直接估计未知的参数,最终得到未知参数的解析递归解。同时为了确定时变结构系统的参数,使用了最新的追踪技术以便在线追踪结构的参数变化。针对非线性迟滞结构和平面薄壁结构的仿真结果表明该方法具有较强的追踪能力,能较好地识别时变结构的参数,并由此检测结构的损伤,包括损伤发生的时刻以及损伤的位置和程度。上述结论证明了该方法用于结构损伤识别是可行且有效的。

关键词:二次误差平方和;参数估计;追踪;损伤识别

中图分类号: N945.14 O327 TN06 文献标识码:A 国家标准学科分类代码: 510.4020

# Simulation of structural stiffness identification based on adaptive quadratic sum-squares error method

Zhao Lincheng

(AVIC Aerodynamics Research Institute, Shenyang 110034, China)

Abstract: The identification of structural damage is an important objective of health monitoring for civil infrastructures. System identification and damage detection based on measured vibration data have received intensive studies recently. Frequently, damage to a structure may be reflected by a change of some system parameters, such as the degradation of the stiffness. In this paper, an adaptive tracking technique, Adaptive quadratic sum-squares error (AQSSE) approach, was adopted to identify the structural parameters and their changes when vibration data involve damage events. In this approach, the state equation of motion is considered as a constraint, and the unknown parametric vector is estimated directly. New analytical recursive solutions for the unknown parameter will be derived and presented. Further, an adaptive tracking technique recently proposed will be implemented in the proposed AQSSE approach to identify the time-varying system parameters of the structure and track the variance of structural parameter on-line. Simulation results for tracking the parametric changes of nonlinear hysteretic and trussed construction are presented to demonstrate the method presented has the capability of tracking the time-varying parameters and detecting the damages, including the damage location and severity which further demonstrate the application and effectiveness of the proposed technique in detecting structural damage, using measured vibration data.

Keywords: quadratic sum-squares error; parameter identification; tracking; damage identification.

#### 1 引言

随着经济与社会的发展,人们越来越倾向于建造具有现代气息的土木结构,由此,高层建筑与大跨度桥梁的建设愈发频繁。然而,这些"高,大,上"的土木结构自落成之日起就开始遭受一些或自然或人为的灾害,自然的灾害事

件包括地震、台风、洪水,人为的伤害如爆炸、火灾以及内部装修等。灾害过后,需要对受灾的建筑结构情况做出评估,以判断土木结构能否继续使用,对于维护人民生命及财产安全意义重大。1994年1月17日,在美国加州Northridge大地震中幸存的一些建筑物在稍后一次较大的余震中倒塌[1],这是由于上述倒塌建筑在第一次大地震

收稿日期:2016-12

时结构内部已布满裂纹并未被及时发现。而在 1999 年,台湾省台中大地震中也有此类事件发生<sup>[2]</sup>。因此,如何有效地探知土木结构的健康状况是一件亟待解决的工作。目前,国内外诸多科研机构已着手此类问题的研究,并取得了一定的成果。通过采集环境激励或受迫振动的响应,对包括诸如飞行器船舶以及桥梁建筑在内的所有工程结构的状态进行长时间的检测和快速的评估<sup>[3-5]</sup>,尽可能的较早发现损伤以应对可能发生的灾害。该问题因此成为未来工程科学发展的一个重要方向<sup>[6]</sup>。

近几年来,基于结构振动响应数据的结构参数识别和系统损伤识别方法受到了学界的极大关注[7]。其中研究该问题的几种时域方法,如最小二乘方法[8]、贝叶斯估计法[9]、广义卡尔曼滤波[10]、H。滤波法[11]和蒙地卡罗法[12]等,都有一定的应用。其中,最小二乘法和贝叶斯估计法应用较为广泛。然而,这两种方法在实际应用中又有其无法克服的缺点。比如,最小二乘法通过数值积分而得到的相应数据存在一些数值漂移,这种漂移在系统有损伤是会施加更大的影响,影响损伤识别结果;贝叶斯方法存在计算慢,效率低下的缺点,对于较大的结构可能不能很好地识别损伤。

本文采用自适应二次误差平方和(AQSSE)方法。该方法的优点是直接估计未知参数向量 θ,而状态向量通过适时地使用参数向量估计值 θ,计算,显著减少计算量,提高计算效率,有助于实际结构参数的在线识别;同时,该方法对初始值的选择要求较低,不需要精确的初值即能得到较好的识别结果,具有良好的鲁棒性,能够满足实际结构参数识别的要求。本文将针对非线性迟滞模型与平面薄壁结构,验证 AQSSE 方法在线识别结构损伤的有效性与准确性。

#### 2 QSSE 方法

考虑一个m自由度非线性结构运动方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{F}_{C} [\dot{\mathbf{x}}(t), \boldsymbol{\theta}] + \mathbf{F}_{S} [\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}] = \boldsymbol{\eta} f(t)$$
 (1)

式中:  $\mathbf{x}(t) = [x_1, x_2, \cdots, x_m]^T$  为位移向量;  $\mathbf{M}$  为质量矩阵;  $\mathbf{F}_c[\dot{\mathbf{x}}(t), \boldsymbol{\theta}]$  为阻尼力向量;  $\mathbf{F}_s[\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}]$  为刚度力向量;  $\mathbf{f}(t) = [f_1(t), f_2(t), \cdots, f_s(t)]^T$  为激励向量;  $\boldsymbol{\eta}$  为与  $\mathbf{f}(t)$  相关的激励响应矩阵;  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n]^T$  为未知参数向量, 其中  $\boldsymbol{\theta}_i(i=1,2,\cdots,n)$  为第 i 个结构未知参数,包括阻尼、刚度、非线性迟滞参数。为了推导简便,我们假设未知参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  是常量,即  $\boldsymbol{\theta} = \theta_1 = \theta_2 = \cdots = \theta_{k+1}$ ,其中  $\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}(t=i\Delta t, \cdots, i=1,2,\ldots,k+1)$ , $\Delta t$  为采样时间间隔。

引入一个 2m 维状态向量,即

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \tag{2}$$

可以将式(1)的动态方程转变为一个状态方程,即

$$dX(t)/dt = g(X, \theta, f) + w(t)$$
(3)

式中: $\mathbf{w}(t)$  为模型噪声向量,其均值为0,协方差矩阵为 $\mathbf{Q}(t)$ 。

系统的离散非线性量测方程可表示为:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{h}[\mathbf{X}_i(\boldsymbol{\theta}_i), \boldsymbol{\theta}_i, f_i] + \mathbf{v}_i$$
  $i = 1, 2, \cdots, k+1$  (4) 式中:  $\mathbf{y}_i$  为  $t = i\Delta t$  时观测向量,  $f_i$  为  $t = i\Delta t$  时测得的激励向量,  $\mathbf{X}_i(\boldsymbol{\theta}_i)$  是未知参数向量  $\boldsymbol{\theta}_i$  的一个隐函数,  $\mathbf{v}_i$  为量测噪声, 假定为零均值高斯白噪声。方法是通过最小化  $\mathbf{y}_i$  与其理论表达式  $\mathbf{h}[\mathbf{X}_i(\boldsymbol{\theta}_i), \boldsymbol{\theta}_i, f_i]$  之间误差的平方和来估计未知的参数向量  $\boldsymbol{\theta}_i$ 。

观测向量  $\mathbf{y}_i$  和式(4) 中的解析表达式  $\mathbf{h}$ 之间加权的误差平方和(在  $t = (k+1)\Delta t$  时) 表示如下:

$$J_{k+1} = \sum_{i=1}^{k+1} \boldsymbol{e}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_{i}^{-1} \boldsymbol{e}_{i}; \boldsymbol{e}_{i} = \boldsymbol{y}_{i} - \boldsymbol{h} [\boldsymbol{X}_{i}(\boldsymbol{\theta}_{i}), \boldsymbol{\theta}_{i}, \boldsymbol{f}_{i}]$$
 (5)

在  $t=i\Delta t$  时刻令 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$  为 $\boldsymbol{\theta}_i$  的估计, $\hat{\boldsymbol{X}}_{i|i-1}$  为 $\boldsymbol{X}_i$  的估计。由于  $\boldsymbol{h}[\boldsymbol{X}_i(\boldsymbol{\theta}_i),\boldsymbol{\theta}_i,\boldsymbol{f}_i]$  是未知向量 $\boldsymbol{\theta}_i$  的一个非线性函数,需要于前一时刻在 $\boldsymbol{\theta}_i$  的估计附近将 $\boldsymbol{h}$  线性化,即 $t=(i-1)\Delta t$  时刻 $\boldsymbol{\theta}_i=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1},\boldsymbol{X}_i=\hat{\boldsymbol{X}}_{i|i-1}$ ,得到:

$$h[X_i(\boldsymbol{\theta}_i), \boldsymbol{\theta}_i, f_i] =$$

$$\boldsymbol{h}_{i} = \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{X}}_{i|i-1}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}, \boldsymbol{f}_{i}) + \boldsymbol{H}_{i}(\boldsymbol{\theta}_{i} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1})$$
(6)

式中:

$$\boldsymbol{H}_{i} = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\theta},i} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{X},i} \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{\theta},i} \tag{7}$$

$$oldsymbol{H}_{oldsymbol{ heta},i} = oldsymbol{H}_{ heta}(\hat{oldsymbol{X}}_{i|i-1},\hat{oldsymbol{ heta}}_{i-1},oldsymbol{f}_i) =$$

$$\left[\frac{\partial \boldsymbol{h}(\boldsymbol{X}_{i},\boldsymbol{\theta}_{i},\boldsymbol{f}_{i})}{\partial \boldsymbol{\theta}_{i}}\right]_{\boldsymbol{X}=\hat{\boldsymbol{X}}_{\text{tot}};\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{tot}}}$$
(8)

$$H_{\mathbf{X},i} = H_{\mathbf{X}}(\hat{\mathbf{X}}_{i|i-1},\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1},f_i) =$$

$$\left[\frac{\partial h(X_i, \boldsymbol{\theta}_i, f_i)}{\partial X_i}\right]_{X_i = \hat{\boldsymbol{x}}_{i|i}, \boldsymbol{\theta}_i = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i|i}}$$
(9)

$$X_{\boldsymbol{\theta},i} = X_{\boldsymbol{\theta}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}) = \left[\frac{\partial X_i}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}\right]_{\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}}$$
(10)

式(10) 中, $X_{\theta}(\theta)$  为状态向量 X 关于参数向量  $\theta$  的灵敏度 矩阵,即:

$$X_{\theta}(\theta) = \frac{\partial X}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} x_{\theta} \\ \dot{x}_{\theta} \end{bmatrix}$$
 (11)

其递推如下:

$$\mathbf{X}_{\boldsymbol{\theta},k+1} = \mathbf{X}_{\boldsymbol{\theta},k} + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \bar{\mathbf{g}} \left( \mathbf{X}_{\boldsymbol{\theta},t|k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k}, \mathbf{F} \right) dt 
\bar{\mathbf{g}} \left( \mathbf{X}_{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{F} \right) =$$
(12)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{S}}{\partial \mathbf{X}} & -\mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_{C}}{\partial \dot{\mathbf{X}}} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{\theta} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, \boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}$$
(13)

通过  $\theta = \theta_i = \theta_{k+1}$  (i = 1, 2, ..., k+1) 把式 (6) 代人式(5),得到目标函数  $J_{k+1}$ ,它是未知参数向量  $\theta_{k+1}$  的二次函数,即:

$$\boldsymbol{J}_{k+1} = \sum_{i=1}^{k+1} \left[ \bar{\boldsymbol{y}}_i - \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{\theta}_{k+1} \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}_i^{-1} \left[ \bar{\boldsymbol{y}}_i - \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{\theta}_{k+1} \right] =$$

$$\bar{\mathbf{y}}_{i} = \mathbf{y}_{i} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}_{i|i-1}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}, \mathbf{f}_{i}) + \mathbf{H}_{i}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}$$

$$i = 1, 2, \dots, k+1 \tag{15}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{k+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_1 \\ \boldsymbol{H}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{H}_{k+1} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{Y}_{k+1} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{y}}_1 \\ \bar{\boldsymbol{y}}_2 \\ \vdots \\ \bar{\boldsymbol{y}}_{k+1} \end{bmatrix}$$
(16)

$$\mathbf{W}_{k+1} = \operatorname{diag}(\mathbf{R}_{1}^{-1}, \mathbf{R}_{2}^{-1}, \cdots, \mathbf{R}_{k+1}^{-1})$$
(17)

在式(14)中最小化  $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$ 的二次目标函数  $J_{k+1}$ ,得到在  $t = (k+1)\Delta t$  时对于  $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$ 的估计  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ 如下:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} = \boldsymbol{P}_{k+1} [\boldsymbol{\phi}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_{k+1} \boldsymbol{Y}_{k+1}], \boldsymbol{P}_{k+1} = [\boldsymbol{\phi}_{k+1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_{k+1} \boldsymbol{\phi}_{k+1}]^{-1}$$
(18)

同样,在  $t = k\Delta t$  时得到  $\boldsymbol{\theta}_k$  的估计  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$  如下:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k} = \boldsymbol{P}_{k} \lceil \boldsymbol{\Phi}_{k}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_{k} \boldsymbol{Y}_{k} \rceil, \boldsymbol{P}_{k} = \lceil \boldsymbol{\Phi}_{k}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_{k} \boldsymbol{\Phi}_{k} \rceil^{-1}$$
(19)

为了得到  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ 的递归解,即用  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k}$  表示的  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ ,做如下的分割:

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k \\ \mathbf{\bar{y}}_{k+1} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{k+1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_k \\ \boldsymbol{H}_{k+1} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_k & \mathbf{0}_{k \times l} \\ \mathbf{0}_{l \times k} & \mathbf{R}_{k+1}^{-1} \end{bmatrix}$$
 (22)

将式(20)~(22)代人式(18)并联立式(19)得到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ 的递归解:

 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k + \boldsymbol{K}_{k+1} [\boldsymbol{y}_{k+1} - \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k, \boldsymbol{f}_{k+1})]$ 式中:  $\boldsymbol{K}_{k+1}$  为增益矩阵。

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k} = \hat{\boldsymbol{X}}_{k|k} + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} \boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{X}}_{t|k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k}, \boldsymbol{f}) dt$$
 (24)

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} \lceil \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k+1} \rceil^{-1}$$
 (25)

$$\mathbf{P}_{k} = [\mathbf{I}_{n} - \mathbf{K}_{k} \mathbf{H}_{k}] \mathbf{P}_{k-1}, k = 1, 2, \cdots$$
 (26)

要开始上述的递归解法,需要给出初始值  $\hat{\pmb{\theta}}_0$ 、 $\pmb{P}_0$  和  $\hat{\pmb{X}}_{0|0}$ 。式(23)~(26)中得到的解析法即 QSSE 方法。

在上述推导中,一旦 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k}$ 被估计出来,状态向量可以很方便地从式(24)开始计算,同时在估计 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ 时这些状态向量用卡尔曼滤波更新,即

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k} + \overline{\mathbf{K}}_{k+1} [\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}, \mathbf{f}_{k+1})]$$
(27)

式中: $\bar{K}_{k+1}$ 为卡尔曼增益矩阵:

$$\bar{\mathbf{K}}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1|k} \mathbf{H}_{X,k+1}^{\mathrm{T}} \left[ \mathbf{H}_{X,k+1} \bar{\mathbf{P}}_{k+1|k} \mathbf{H}_{X,k+1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k+1} \right]^{-1}$$
(28)

$$\bar{\boldsymbol{P}}_{k+1|k} = \boldsymbol{\psi}_{k+1,k} \bar{\boldsymbol{P}}_{k|k} \boldsymbol{\psi}_{k+1,k}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k+1}$$
 (29)

$$\overline{\mathbf{P}}_{k|k} = [\mathbf{I}_{2m} - \overline{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_{X,k}] \overline{\mathbf{P}}_{k|k-1}$$
(30)

#### 3 AQSSE 方法

同样考虑如式(1)所示的 m 自由度非线性结构运动方程。

在式(23)~(26) 中发展的递归解  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$ 是基于参数向量是常量的前提下得到的,也就是  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}_{k+1} (i=1,2,\cdots,k+1)$ 。当一个结构损伤(比如刚度骤减)时,参数将会改变。文献[12]提出一个有效的自适应追踪技术,以确定由于损伤导致的系统参数的变化。

为了追踪每一个参数的变化,比如说  $\boldsymbol{\theta}_{k+1}$  的第 j 个单元  $\theta_j(k+1)$ ,得出在  $(k+1)\Delta$  时的误差估计表达为  $\lambda_j(k+1)[\theta_j(k)-\hat{\theta}_j(k)]$ ,这里  $\lambda_j(k+1)$  将由现测数据决定,所以在  $(k+1)\Delta$  时的误差估计只有噪声起作用。 $\boldsymbol{P}_k$  等于误差估计的协方差矩阵,也就是, $\boldsymbol{P}_k=E[(\boldsymbol{\theta}_k-\hat{\boldsymbol{\theta}}_k)(\boldsymbol{\theta}_k-\hat{\boldsymbol{\theta}}_k)^{\mathrm{T}}]$ 。因此,可变参数向量  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1}$  的递归解是通过把式(23)~(26)中的  $\boldsymbol{P}_k$  替代为  $(\boldsymbol{\Lambda}_{k+1}\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{\Lambda}_{k+1}^{\mathrm{T}})$  得到的,也就是

 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k + \boldsymbol{K}_{k+1} [y_{k+1} - h(\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k, \boldsymbol{f}_{k+1})]$ 式中:  $\hat{\boldsymbol{X}}_{k+1|k}$  由式(24)给出,且:

$$\mathbf{K}_{k+1} = (\mathbf{\Lambda}_{k+1} \mathbf{P}_{k} \mathbf{\Lambda}_{k+1}^{\mathrm{T}}) \mathbf{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} [\mathbf{H}_{k+1} (\mathbf{\Lambda}_{k+1} \mathbf{P}_{k} \mathbf{\Lambda}_{k+1}^{\mathrm{T}}) \mathbf{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k+1}]^{-1}$$
(32)

通过把式(8) $\sim$ (10)中的 i 替换为 k+1 得到  $H_{k+1}$ 、 $H_{g,k+1}$ 、 $H_{g,k+1}$ 。 $P_k$  由式(33)给出。

 $P_{k} = [I_{n} - K_{k}H_{k}](\Lambda_{k}P_{k-1}\Lambda_{k}^{T})$   $k = 1, 2, \cdots$  (33) 在式(32)中, $\Lambda_{k+1}$ 是一个  $(n \times n)$  对角矩阵,称为自适应因子矩阵,其对角元素  $\lambda_{1}(k+1)$ 、 $\lambda_{2}(k+1)$ , $\dots$  , $\lambda_{n}(k+1)$  和  $\lambda_{j}(k+1)$  称为在  $t = (k+1)\Delta t$  时第 j 个未知参数  $\theta_{j}(k+1)$  的自适应因子。式(30)~(32)所得的解析解称为 AQSSE 法。

至此,本文已经完成了自适应二次误差平方和方法的理论推导。主要工作流程可以用图 1 来表示。从图 1 中可以看出,当结构不发生损伤时,该方法和 QSSE 算法是等同的。

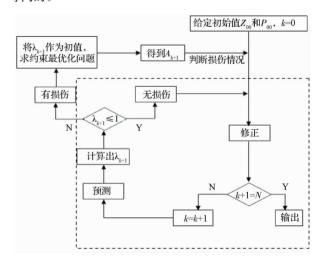


图 1 AQSSE 流程

#### 4 结构验证

#### 4.1 二自由度迟滞结构

假设两层非线性迟滞剪切梁结构,伴随着一个地震加速度 $\ddot{x}_0(t)$ 。运动方程为:

$$\begin{bmatrix}
m_1 & 0 \\
m_2 & m_2
\end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} + 
\begin{bmatrix}
k_1 & -k_2 \\ 0 & k_2
\end{bmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} \ddot{x}_0(t)$$
(34)

$$z_i = \dot{x}_i - \beta_i \mid \dot{x}_i \mid \mid z_i \mid^{a-1} z_i - \gamma_i \dot{x}_i \mid z_i \mid^a$$
 $i = 1, 2$  (35)

式中: $m_1 = m_2 = 125.53 \text{ kg}$ ,  $c_1 = c_2 = 0.07 \text{ kNs/m}$ ,  $k_1 = k_2 = 0.07 \text{ kNs/m}$ 24.5 kN/m, $\beta_1 = \beta_2 = 2$ , $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ , $\alpha = 2$ 。  $x_i(t)$ 和  $z_i(t)$ 分 别为第 i 层单元的层间位移和迟滞位移。EI Centro 地震  $\ddot{x}_0(t)$  的峰值为 5 g。对于小幅度的振动(线性地),第一自 然频率  $w_1$  为  $w_1=2.22$  Hz 和阻尼比  $\zeta_1$  为  $\zeta_1=2\%$ 。两层 的绝对加速度  $\ddot{x}_{a,1}(t)$  ,  $\ddot{x}_{a,2}(t)$  和地震地面加速度  $\ddot{x}_0(t)$  为 量测量并分别叠加 2% RMS 的白噪声,所有测量信号的 采样频率为 200 Hz。待识别的未知参数为  $c_i, k_i, \beta_i, \gamma_i$ ,广

义状态向量为  $\mathbf{Z} = [x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, z_1, z_2, c_1, c_2, k_1, k_2, \beta_1,$  $\beta_2, \gamma_1, \gamma_2]^{\mathrm{T}}$ .

假设损伤发生在 t=10 s,此时相应的刚度  $k_1$  从 24.5 kN/m 突然降低到 15 kN/m。 $c_i$ , $k_i$ , $\beta_i$ , $\gamma_i$  的初值设为  $c_{i,0} = 0.1 \text{ kNs/m}, \beta_{i,0} = 0, \gamma_{i,0} = 0 k_{i,0} = 10 \text{ kN/m}, (i=1,2)$ 状态变量的初值选为零, $\mathbf{R} = I_2$ , $\mathbf{Q} = 10^{-7} I_{14}$ 。根据本文的 方法,取 $\delta = 10^{-4}$ ,识别参数如图 2 实线所示,理论结果如 虚线所示。可以看出,本文方法准确地识别了各个参数, 在损伤发生时刻准确地判断并识别了损伤后的刚度系数, 证明了本文方法的有效性与准确性。

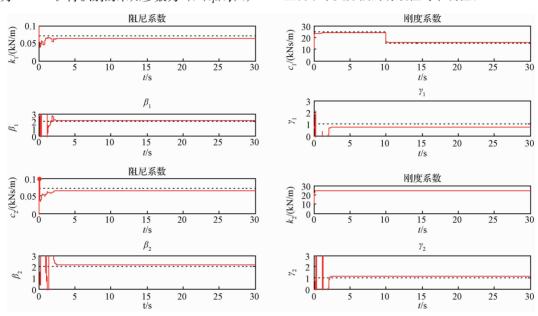


图 2 二自由度迟滞结构参数识别结果

#### 4.2 平面薄壁结构

考虑一个平面薄壁结构,也就是杆板结构,结构模型如 图所示,有限元模型包括:(I) 3 个有相同横截面的杆单元、 (II)2个固定节点(节点1与2)、(III)1个板单元。结构在节 点 3 受到一水平方向的正弦激励  $f = 15\sin(2\pi\omega t)$ 。

可以得到各单元在整体坐标下的单元刚度矩阵为:

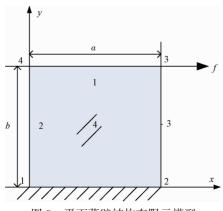


图 3 平面薄壁结构有限元模型

$$\bar{\mathbf{K}}_{1} = k_{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (36)

$$\bar{\mathbf{K}}_{i} = k_{i} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} (k = 2,3)$$
 (37)

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$$\bar{\mathbf{K}}_4 = k_4 \alpha \alpha^{\mathrm{T}} \tag{38}$$

令 M<sub>i</sub> 为局部质量矩阵:

$$\mathbf{M}_{i} = \frac{\overline{m}_{i} L_{i}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
(39)

式中:  $L_i$  和 $\overline{m}_i$  分别为第i 个结构单元每单位长度的长度 和质量。排除第3和第6行列,得到变换矩阵 T的一个  $4\times4$  矩阵。整体质量和刚度矩阵M和K由各单元矩阵插 值叠加得到。

### 研究与开发

对平面薄壁结构,结构单元为: $k_i$ =24.5 MN/m(i=1,2,3),a=0.5 m,b=0.4 m, $m_a$ =1.2 kg/m, $m_b$ =1.0 kg/m, $k_4$ = $\frac{G\tau}{4}$ =98 MN/m, $\alpha$ =2.04 s<sup>-1</sup>和 $\beta$ =3.90×10<sup>-4</sup>s,估计的未知参数向量表达为 $\theta$ = $[k_1,k_2,k_3,k_4,\alpha,\beta]^T$ 。

假如一个损伤发生在 t=5 s:时单元 1 的等效刚度  $k_1$  从 24. 5 kN/m 减小到 15 kN/m。状态变量的初始值为 零。假定  $k_i(i=1,2,\ldots,4)$ 、 $\alpha$  与  $\beta$  的初始值分别为 $k_{i,0}=10.0$  kN/m(i=1,2,3)、 $k_{4,0}=50.0$  kN/m、 $\alpha_0=1.0$  s<sup>-1</sup>与  $\beta_0=3\times10^{-4}$  s。参数向量和状态向量的初始误差协方差

矩阵分别选择为  $P_0 = 10^{11} I_6$  与  $\bar{P}_{0|0} = I_{16}$ , 而初始敏感度矩阵为 0, 也就是  $X_{0,0} = 0_{16\times 6}$ 。 所测噪声向量的方差矩阵选择为  $R = I_8$ ,模型噪声(不确定值)的方差矩阵对所有的 k 取为  $Q = 10^{-7} I_{16}$ 。 根据 AQSSE 方法, 识别的结构参数在图中为实线所示。 如图 4 所示的虚线是比照的理论值。图 4 表明本文方法准确地识别了各个参数, 在损伤发生时刻准确地判断并识别了损伤后的刚度系数, 提出的方法能够追踪结构参数及其损伤引起的变化,证明了本文方法的有效性与准确性。

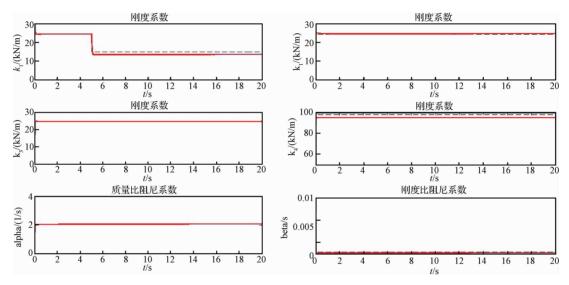


图 4 平面薄壁结构的参数识别结果

#### 5 结 论

本文通过一个实际结构的数值仿真研究了 AQSSE 方法在结构损伤识别中的应用。QSSE 方法可一次识别出系统结构的各个自由度的系统参数,克服了最小二乘法需要测量结构速度和位移响应的弊端。同时引入的自适应因子可以帮助 AQSSE 方法跟踪目标结构的参数变化,从而判断发生损伤的位置以及损伤的程度。仿真的结构表明,AQSSE 在损伤识别中是准确的并且有效的。

最后通过二自由度非线性迟滞结构和平面桁架结构 在多种损伤情况下的仿真结果表明,AQSSE 算法能够准 确地追踪结构的系统参数以及参数的变化,有助于工程结 构的在线参数识别。

#### 参考文献

- [1] SKINNER R I, ROBINSON W H, MCVERRY G H. An Introduction to Seismic Isolation[J]. John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [2] BUCKLE I G, NAGARAJAIAH S, FERRELL K. Stability of elastomeric isolation bearings: Experimental study [J]. Journal of Structural Engineering,

ASCE, 2002, 128(1): 3-11.

- [3] 孙春雨,徐娟,韩江洪.基于正交匹配与周期能量的滚动轴承故障诊断[J].电子测量与仪器学报,2016,30(3):423-430.
- [4] 李豪,李锐华,胡波,等. 基于分级概率成像的大电机定子绝缘损伤识别[J]. 仪器仪表学报,2015,36(7):1632-1639.
- [5] GAO J S, DENG L W, SONG S M. Fractional order nonsingular terminal sliding mode control for flexible spacecraft attitude tracking [J]. Instrumenttation, 2016, 3(1): 21-29.
- [6] NARASIMHAN S, NAGARAJAIAH S, GAVIN H, et al. Smart base isolated benchmark building Part I: Problem definition [J]. Journal of Structural Control and Health Monitoring, 2006, 13(2-3): 573-588.
- [7] CHANG F-K (ed.). Structural health monitoring [C]. Proceedings of the 7th International Workshop on Structural Health Monitoring, Stanford, CA, 2009.
- [8] 丁浩,李军,商和龙,等. 基于最小二乘法的光纤互感器双路温补技术[J]. 电子测量技术,2016,39(6):190-195.

(下转第90页)