■理论与方法

# RV 减速器单目标及多目标优化\*

# 朱 梦'张 方'秦远田'蒋 祺'郑美珠"

(1. 机械结构力学及控制国家重点实验室 南京 210001; 2. 昆山光腾智能机械有限公司 昆山 215300)

摘 要:虽然 RV 减速器具有体积小、重量轻、传动平稳、寿命长、传动效率高等一系列优点,但是摆线盘和针齿啮合时的接触应力比较大,磨损情况严重。为了优化结构的接触特性以及质量,以针轮的分布圆半径、短幅系数、针齿半径、摆线盘厚度为优化变量,分别以最大接触应力、质量最小化为优化目标,分别采用遗传算法和 fmincon 非线性优化方法进行优化。两种优化方法得到的结果比较一致,且都有比较明显的优化效果,但是造成另外一个优化目标的增大。为了使两个优化目标都得到比较良好的优化效果,采用 fgoalattain 多目标算法进行多目标优化。

关键词:接触特性;质量;单目标优化;多目标优化

## 中图分类号: TN102 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 520.604

# Single-objective and multi-objective optimization of RV reducer

Zhu Meng<sup>1</sup> Zhang Fang<sup>1</sup> Qin Yuantian<sup>1</sup> Jiang Qi<sup>1</sup> Zheng Meizhu<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing 210001, China;

2. Kunshan Quanta Machinery Co. , Ltd. , Kunshan 215300, China)

Abstract: Although the RV reducer has a series of advantages, such as small size, light weight, stable transmission, long life and high transmission efficiency, but the contact stress between the cycloid and the gear teeth is relatively large and the wear is serious. In order to optimize the structure, the maximum contact stress and the quality is considered as the goal of optimization to reach a small magnitude, with the distribution radius of wheel, short width coefficient, radius of the pin wheel, thickness of cycloid pin gear as optimization variable. Two methods, the genetic algorithm and fmincon nonlinear optimization method, are used. The results obtained by the two optimization methods are consistent, and both have obvious optimization effects, but they lead to the increase of another optimization objective. In order to make the two optimization objectives get better optimization results both, fgoalattain multi-objective algorithm is used to optimize the multi-objective.

Keywords: contact characteristics; quality; single-objective optimization; multi-objective optimization

# 0 引 言

RV 减速器具有体积小、重量轻、传动平稳、寿命长、 传动效率高等一系列优点,已经被应用于各个工业领 域<sup>[1]</sup>。RV 减速器虽然优点突出、有逐渐取代谐波减速器 的优势,但是设计还没有达到最优化设计。RV 减速器的 设计复杂,不同的参数之间存在联系、相互影响,选取合理 的设计变量来反映对目标函数的影响至关重要。对 RV 减速器的优化设计方面的研究并不是很多,韩林山<sup>[2]</sup>以传 递单位功率下的质量最小为优化目标、采用复合形法进行 优化。苏德瑜<sup>[3]</sup>以体积最小、传递效率最大进行基于遗传 算法的多目标优化。赵雪玲<sup>[4]</sup>在满足齿轮承载能力与工 作寿命的情况下,以齿轮传动中的重合度及两齿轮最大滑 动率之差为目标函数,多目标优化。现有的研究中以啮合 应力为优化目标的并不多。减速器的中摆线盘针齿处的 啮合应力很大,优化减速器尺寸减小接触的啮合应力,具 有重大意义。

**收稿日期:**2017-07

<sup>\*</sup> 基金项目: 国家自然科学基金(51305197)、机械结构力学及控制国家重点实验室(南京航空航天大学)自主研究课题 (0115K01)项目资助

# 理论与方法

## 1 设计变量的选取

RV 减速器第一级减速中,行星轮和太阳轮的质量相 对于整体质量的影响不大,不改变这二者的质量。第二级 减速中针齿壳、行星架、输出盘的质量都会受摆线盘的质 量的影响,而摆线盘的质量主要受针轮的分布圆半径 R<sub>z</sub>、 短幅系数 K<sub>1</sub>、针齿半径 r<sub>z</sub>、摆线盘厚度 B 的影响。同时啮 合点的应力也主要受这两者的影响。因此 RV 减速器优 化设计的优化标量是:

$$\boldsymbol{X} = [X_1, X_2, X_3, X_4]^{\mathrm{T}} = [R_z, K_1, r_z, B]^{\mathrm{T}}$$
(1)

## 2 质量优化目标函数的建立

2.1 摆线盘的质量

摆线盘的结构如图1所示。



图 1 摆线盘结构

摆线盘的质量为:

 $G_{1} = [\pi (R_{b}^{2} - r_{1}^{2} - 3r_{2}^{2}) - 3S_{1}]B_{\rho}$ (2)  $\vec{x} \oplus : R_{b} = R_{z} - r_{z} \,.$ 

摆线盘的4个圆孔处分别插入轴承和中心轮,若改变 该圆孔的大小,轴承就需要做相应的改变,该孔会被轴承 堵住,因此改变该孔的大小对整体质量影响不大,并且会 加大优化设计工作量,故不予考虑。不规则孔处插入行星 架,改变该孔的大小会对行星架的质量有很大的影响。为 了方便处理,将该孔随着分布圆半径相对于其原始数据作 等比例缩放。

$$S_1 = \left(\frac{R_z}{R_{zy}}\right)^2 S_{1y} \tag{3}$$

式中: $R_{zy}$ 、 $S_{1y}$ 分别是 $R_z$ 、 $S_1$ 的原始数据。

2.2 针齿壳的质量

针齿壳的结构如图 2 所示。

针齿壳的质量为:

 $G_{2} = (\pi (R_{z_{1}}^{2} - R_{z}^{2})H_{z_{1}} + \pi (R_{z_{2}}^{2} - R_{z_{1}}^{2})H_{z_{2}} + \pi (R_{z_{3}}^{2} - R_{z_{3}}^{2})H_{z_{4}})\rho$  (4)

在优化过程中,针齿壳上的其他各半径值随针齿分布 圆的半径变化而变化,各半径差与初始情况一致。

# 2.3 曲柄轴的质量

曲柄轴的结构如图 3 所示。



2017年11月

第36卷 第 | 期

图 2 针齿壳结构



图 3 曲柄轴结构

 $G_{3} = \pi [r_{a1}^{2}(l_{1}+l_{4})+2r_{a2}^{2}l_{2}+r_{a3}^{2}l_{3}]\rho$ 

曲柄轴的质量为:

(5)

2.4 行星架和输出盘的质量 行星架的结构如图4所示。





行星架的质量为:  $G_4 = [\pi(H_{x1}R_{x1}^2 + H_{x2}R_{x2}^2) + 3S_2(2B + 4.2)H_{x3} - \pi(r_1^2 + 3r_2^2)H_{x4} - S_3H_{x5}]\rho$ (6)

式中: $R_{x1} = \frac{R_z}{R_{zy}} R_{x1y}, R_{x2} = \frac{R_z}{R_{zy}} R_{x2y}, R_{x1y}, R_{x2y}$ 分别为 $R_{x1}$ 、

R<sub>x2</sub>的原始数据。

输出盘的结构如图 5 所示。



图 5 输出盘结构

输出盘的质量为:  $G_5 = [R_{s1}^2 H_{s1} + R_{s2}^2 H_{s2} - (r_1^2 + 3r_2^2)(H_{s1} + H_{s2})]\rho$ (7)

中国科技核心期刊

# 2017年11月 第36卷 第11期

式中: 
$$R_{s1} = \frac{R_z}{R_{zy}} R_{s1y}, R_{s2} = \frac{R_z}{R_{zy}} R_{s2y} \circ R_{s1y}, R_{s2y} 分别为 R_{s1}, R_{s2}$$

的原始数据。

总质量及目标函数为:

 $G = 2G_1 + G_2 + 3G_3 + G_4 + G_5 + 3G_6 + G_7$ (8)式中: $G_6$ 、 $G_7$ 分别为行星轮和太阳轮的质量。

# 3 接触应力优化目标函数的建立

计算啮合点处的最大接触应力,为了简化对每个啮合 点接触应力的计算及比较过程,将最大接触应力作用区域 看作是曲率半径最小处[5-6],并将此处的载荷放大为最大 啮合力。

$$\sigma_{H_{\rm max}} = 0.418 \sqrt{\frac{E_c F_{\rm max}}{B\rho_{\rm cmin}}} \tag{9}$$

式中: $F_{\text{max}} = \frac{2.2M_v}{K_V Z R_v}, M_v$ 为输出轴上的负载,Nmm; $E_c$ 为

当量弹性模量, $E_c = \frac{2E_1E_2}{(E_1 + E_2)}$ ; $E_1$ 、 $E_2$ 为相互接触的两个 物体的弹性模量; $\rho_{min}$ 为最小当量曲率半径,当 $\rho_0 < 0$ 时,  $ho_c = 2 |
ho_0| r_z (|
ho_0| + r_z), \ \ \mu 
ho_0 > 0 \ \ \ \ \ 
ho_c =$  $2\rho_0 r_z(\rho_0 - r_z)$ .

通过对两个区间中ρε表达式的求导,得到当ρο取得 最小值时, pe 也取得最小值。

$$\rho_{\rm rmin} = 2r_z - \frac{2r_z^2}{R_z \sqrt{\frac{27(1 - K_1^2)(Z_b - 1)}{(Z_b + 1)^3}}}$$
(10)

## 4 约束条件的建立

## 4.1 短幅系数 K<sub>1</sub> 的约束条件

K1 过大容易造成根切,承载的齿数减少,减少结构的 使用寿命,摆线盘针齿的磨损情况会加剧。同时导致偏心 距过大,会给第二级减速合理设计造成困难。K1 过小时, 转臂减小,在传递转矩一定的情况下针齿与摆线齿轮的啮 合作用力则变大。短幅系数 K1 的取值主要受摆线轮齿数  $Z_a$ 的影响<sup>[7]</sup>,如表1所示。

表1 摆线盘齿数和短幅系数关系表

$Z_a$	<11	$13 \sim 23$	$25 \sim 59$	$61\!\sim\!87$
$K_1$	0.42~0.55	0.48~0.74	0.65~0.9	0.75~0.9

设 $K_1$ 的左右约束极限分别为 $c_1, c_2$ ,则短幅系数 $K_1$ 的约束条件为:

$$c_1 - K_1 < 0 \tag{11}$$
  

$$K_1 - c_2 < 0 \tag{12}$$

$$K_1 - c_2 < 0$$

# 4.2 摆线盘轮廓线不根切的约束条件

摆线盘轮廓线的实际曲率半径<sup>[8]</sup>为:

$$\rho = \rho_0 + r_z = \frac{(1 + K_1^2 - 2K_1 \cos\varphi_i)^{3/2}}{K_1 (1 + Z_b) \cos\varphi_i - (1 + Z_b K_1^2)} + r_z$$
(13)

■理论与方法

式中: *q*;为啮合相位角,即转臂相对于某一针齿中心矢径 的转角;Z,为针齿的齿数。

对于外凸的理论齿廓,当 $r_z > |\rho_0|$ 时,理论齿廓在此 处的等距曲线出现交叉齿廓,导致在加工时造成部分有效 齿廓的过切。对  $\rho_0$  进行求导,当  $\cos \varphi_i$  =  $\sqrt{27(1-K_1^2)(Z_1-1)}$  $2Z_{b}K_{1}^{2} + 2 - Z_{b} - K_{1}^{2}$ 

$$\frac{1}{K_1(Z_b+1)}$$
时, $\rho_{0\min} = -R_z \sqrt{\frac{1}{(Z_b+1)^3}}$ 。  
因此摆线盘的不根切条件为:

$$r_{z} - R_{z} \sqrt{\frac{27(1 - K_{1}^{2})(Z_{b} - 1)}{(Z_{b} + 1)^{3}}} < 0$$
(14)

### 4.3 摆线盘厚度的约束条件

摆线盘的厚度一般在 0.1 $R_{*}$ ~0.2 $R_{*}$  区域内取值,因 此摆线盘厚度的约束条件为:

). 
$$1R_z - B < 0$$
 (15)

$$B - 0.2R_z < 0 \tag{16}$$

## 4.4 针径系数 K<sub>2</sub> 的约束条件

针径系数反映了针齿在针齿壳上分布的密集程度。 针径系数的表达式为:

$$K_z = \frac{R_z}{r_z} \sin\left(\frac{\pi}{Z_b}\right) \tag{17}$$

针径系数  $K_2$  的取值主要受针齿数目  $Z_4$  的影响,如 表2所示。

表 2 针径系数和针齿数的关系表

$Z_b$	12	$12\!\sim\!24$	$24\!\sim\!36$	$36 \sim 60$	60~88
$K_2$	3.85~2.85	2.8~2.0	0~1.25	1.6~1.0	1.5~0.99

设 $K_2$ 的上下约束极限分别为 $d_1$ 、 $d_2$ ,则短幅系数 $K_2$ 的约束条件为:

$$d_1 - \frac{R_z}{r_z} \sin\left(\frac{\pi}{Z_b}\right) < 0 \tag{18}$$

$$\frac{R_z}{r_z} \sin\left(\frac{\pi}{Z_b}\right) - d_z < 0 \tag{19}$$

## 4.5 摆线盘与针齿啮合时的接触约束

摆线盘与针齿啮合时的接触约束条件为:

$$D. 418 \sqrt{\frac{E_c F_{\max}}{B\rho_{\min}}} - \sigma_{H\max} < 0$$
(20)

#### 4.6 针齿弯曲强度的约束条件

针齿弯曲<sup>[9]</sup>变形过大,会使针齿与针齿套的接触不好, 转动不灵活,甚至出现转不动,针齿、针齿套、摆线盘之间相 互胶合的情况。主要针对针齿两点支撑的情况作分析。

$$\sigma_F = \frac{8M_{umax}}{0.1r_z^3} \tag{21}$$

式中:
$$R_A = \frac{L_2}{L} F_{\text{max}}; M_{\text{ummax}} = R_A L_1 = \frac{L_1 L_2}{L} F_{\text{max}}; L_1 = 0.5B;$$
  
 $L_2 = 1.5B; L = L_1 + L_2$ 。

弯曲强度的约束条件为:

$$\frac{2F_{\max}B}{0.1r_z^3} - \sigma_F < 0 \tag{22}$$

# 理论与方法

### 4.7 针齿分布圆半径 R<sub>2</sub> 的约束条件

针齿分布圆半径一般是依据输出盘上的阻力矩、利用 经验公式得到。如式(23)所示。

$$R_{z} = (22.5 \sim 27.5) \sqrt[3]{M_{\rho}}$$
(23)  
  $\vec{x} + M_{z} + 5 = 0.00$ 

根据经验公式:

$$M_{p} = 973.6Z_{a} \frac{N_{H}}{n_{H}}$$
(24)

式中: $N_H$  为减速器的输入功率,KW; $n_H$  为减速器的输入转速,r/min。

针齿分布圆半径 R<sub>z</sub> 的约束条件:

22.5  $\sqrt[3]{M_v} - R_z < 0$  (25)

$$R_{*} - 27.5 \sqrt[3]{M_{*}} < 0$$
 (26)

## 5 实际算例及其结果

以国外某公司生产的 RV80E 型减速机为设计实例。减速机输入额定功率 P=1.64 kW,输入转速 n=1 815 r/min,输出转矩  $M_o=784$  000 Nmm,传动比 i=121,摆线轮和 针齿的材料均采用 GCr15 轴承钢,许用接触应力[ $\sigma_i$ ]= 1 100 MPa,许用弯曲应力[ $\sigma_o$ ]=160 MPa。

在进行单目标优化时,主要采用的是 MATLAB 中的 遗传工具箱<sup>[10]</sup>,在进行多目标优化<sup>[11]</sup>时主要采用的是 fgoalattain 优化算法。

 $R_{z}$  $K_1$ В G r.  $\sigma_{H_{\max}}$ 1 76.5 0.78 3 11.8 12.02 893.45 2 73.8 0.68 3.6 8.2 10.32 1 100 3 73.8 0.68 3.6 8.2 10.32 1 100 4 89 0.68 4.3 17.8 18.16 620.1 5 0.68 4.3 17.8 18.16 89 620.16 74 0 68 3 6 14.8 11.86 816 72

表 3 原始数据及优化后数据

如表 3 所示,数据 1、2、3、4、5、6 所在的行分别为原始 数据,用遗传算法<sup>[12]</sup>优化质量并圆整后的数据、用fmincon 算法<sup>[13]</sup>优化质量并圆整后的数据、用遗传算法优化接触 应力并圆整后的数据、用 fmincon 算法优化接触应力并圆 整后的数据、多目标优化<sup>[14]</sup>并圆整后的数据<sup>[15]</sup>。G 的单 位为 kg, σ<sub>Hmax</sub>的单位为 MPa。

在进行单目标优化时,两种优化方法得到的结果比较一致。若对质量进行优化,优化后的尺寸能使质量减小 14.14%,但最大接触应力增加23.04%;若对最大接触应力 进行优化,接触应力减少30.05%,但质量增加50.8%。进 行多目标优化时,质量减少1.4%,接触应力减少8.6%。

#### 6 结 论

两种单目标的优化目标一致,但是单目标优化存在的 缺点是:对当前优化的目标有比较明显的优化效果,但是 造成另外一个优化目标的增大,有不利影响,并不是一个 好的优化方案。

多目标优化时,对最大接触应力的优化效果比较明显,但是对质量的优化效果不明显。说明当前尺寸在结构 已经很紧凑了,想要在优化接触应力的情况下,使得结构 更加轻巧则比较困难。

## 参考文献

- [1] 黄兴,何文杰,符远翔.工业机器人精密减速器综述[J]. 机床与液压,2015(13):1-6.
- [2] 韩林山, 柯超, 齐彩娟, 等. 2K-V 型摆线针轮减速机的 优化设计[J]. 机械设计与制造, 2013(2): 223-225.
- [3] 苏德瑜.基于遗传算法的摆线针轮减速器多目标优化 设计[D].湘潭:湖南科技大学,2015.
- [4] 赵雪玲,侯力,任延明. 高速重载齿轮传动的多目标优 化设计[J]. 机械制造与自动化,2007(6):44-45,47.
- [5] 朱梦,张方,秦远田,等. RV 减速器动力学仿真及其最 大接触力的计算[J]. 国外电子测量技术,2017,36(6): 26-30.
- [6] 关天民,张东生,雷蕾. FA 新型摆线针轮行星传动受 力分析方法与齿面接触状态有限元分析[J]. 机械设 计,2005(3):31-34.
- [7] 杨新民,杨海根.动力学参数化可视化仿真软件研究 与设计[J].电子测量技术,2016,39(12):15-20,26.
- [8] 张展.实用齿轮设计计算手册[M].北京:机械工业出版社,2010.
- [9] SUN T, XING F, YOU Z. Research on dynamic performance of star tracker[J]. Instrumentation, 2015(1): 17-26.
- [10] 马永杰,云文霞. 遗传算法研究进展[J]. 计算机应用 研究,2012,29(4):1201-1206,1210.
- [11] 谢宏,杨鹏,陈海滨,等.遗传优化模糊 PID 融合算法的 5 自由度机械手控制[J].电子测量与仪器学报, 2015,29(1):21-30.
- [12] 谈恩民,朱峰,尚玉玲. 基于 SPEA-II算法的 SoC 测试 多目标优化研究[J]. 国外电子测量技术,2015,34(8): 29-33.
- [13] 吴银亮,陈林,郭礼波. 基于非线性 Fmincon 法的抗 滑桩优化设计[J]. 铁道建筑,2011(5):81-84.
- [14] 尚佳宁,赵京,司洪波,等.基于多目标规划的地震应急救援营救装备的优化配置[J].灾害学,2013,28(4):193-196.
- [15] 滕峰成,林晓乐,郝宇,等.基于非线性 GA 算法的 MFF 透射模型的参数辨识与优化[J]. 仪器仪表学 报,2016,37(2):286-293.

#### 作者简介

朱梦,1993年出生,工学硕士,主要研究方向为结构 动力学。

E-mail:1912240705@qq. com